



מאגר בחינות בגרות במתמטיקה 4 יח"ל

שאלון 805/482

נערך ע"י מטיק מרכזי למידה

תוכן עניינים

- [בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 805 \(עמוד 5\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 805 \(עמוד 7\)](#)
- [בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 805 \(עמוד 9\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 805 \(עמוד 12\)](#)
- [בגרות חורף 2012 - שאלון 805 \(עמוד 13\)](#)
- [בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 805 \(עמוד 17\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 805 \(עמוד 20\)](#)
- [בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 805 \(עמוד 21\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 805 \(עמוד 24\)](#)
- [בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 804 \(עמוד 25\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 804 \(עמוד 28\)](#)
- [בגרות חורף 2014 - שאלון 804 \(עמוד 29\)](#)
- [פתרון בגרות חורף 2014 - שאלון 804 \(עמוד 32\)](#)
- [בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 805 \(עמוד 33\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 805 \(עמוד 37\)](#)
- [בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 805 \(עמוד 38\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 805 \(עמוד 41\)](#)
- [בגרות חורף 2015 - שאלון 805 \(עמוד 42\)](#)
- [פתרון בגרות חורף 2015 - שאלון 805 \(עמוד 44\)](#)
- [בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 482/805 \(עמוד 45\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 482/805 \(עמוד 48\)](#)
- [בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 482/805 \(עמוד 49\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 482/805 \(עמוד 52\)](#)
- [בגרות חורף 2016 - שאלון 482/805 \(עמוד 53\)](#)

פתרון בגרות חורף 2016 - שאלון 482/805 (עמוד 56)

בגרות קיץ 2017 מועד א' – שאלון 482/805 (עמוד 57)

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד א' – שאלון 482/805 (עמוד 60)

בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 482/805 (עמוד 61)

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 482/805 (עמוד 64)

בגרות חורף 2017 – שאלון 482/805 (עמוד 65)

פתרון בגרות חורף 2017 – שאלון 482/805 (עמוד 68)

בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 482/805 (עמוד 69)

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 482/805 (עמוד 72)

בגרות קיץ 2018 מועד ב' -שאלון 482/805 (עמוד 74)

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד ב' -שאלון 482/805 (עמוד 77)

בגרות חורף 2018 - שאלון 482/805 (עמוד 79)

פתרון בגרות חורף 2018 - שאלון 482/805 (עמוד 82)

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה ושלושה רבעים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
- פרק ראשון – $33 \frac{1}{3} \times 1 - 33 \frac{1}{3}$ נקודות
פרק שני – $66 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3} \times 2$ נקודות
- סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 805

מתמטיקה, קיץ תשע"ב, מס' 035805, 315 + נספח - 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מהשאלות 1-4 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל:

$$(k \neq 4) \quad \begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = 3a_n - 8 \end{cases}$$

b_n היא סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $b_n = 2a_n - 8$

א. הראה כי b_n היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי $b_5 = 324$. מצא את הערך של k .

ג. נתון גם כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 13,120.

מצא את n .

אלגברה וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

2. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציה $f(x)$,

ומוצג הישר $y = -x + 4$.

הישר משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = -1$.

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = a - e^{-x}$.

a הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של a . בתשובתך רצוי להשאיר e .

הצב את הערך של a , וענה על הסעיפים ב-ג.

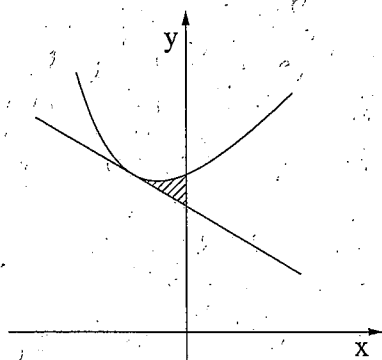
ב. (1) מצא את שיעור ה- y של נקודת ההשקה.

(2) מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר הנתון

ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

/המשך בעמוד 3/



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(2x - ax^2)$, a הוא פרמטר.

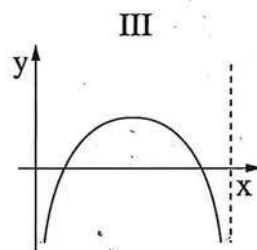
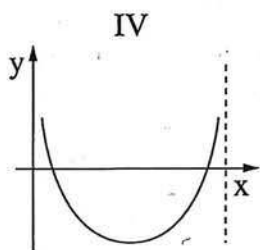
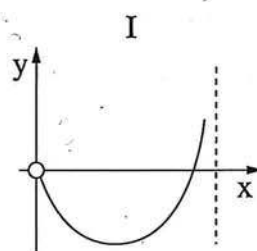
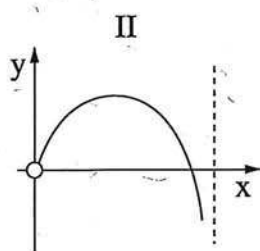
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ הוא $\frac{2}{3}$.

א. מצא את הערך של a .

הצב $a = \frac{1}{2}$, וענה על הסעיפים שלפניך.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. איזה מהגרפים IV-I שלפניך מתאים לפונקציה $f(x)$? נמק.

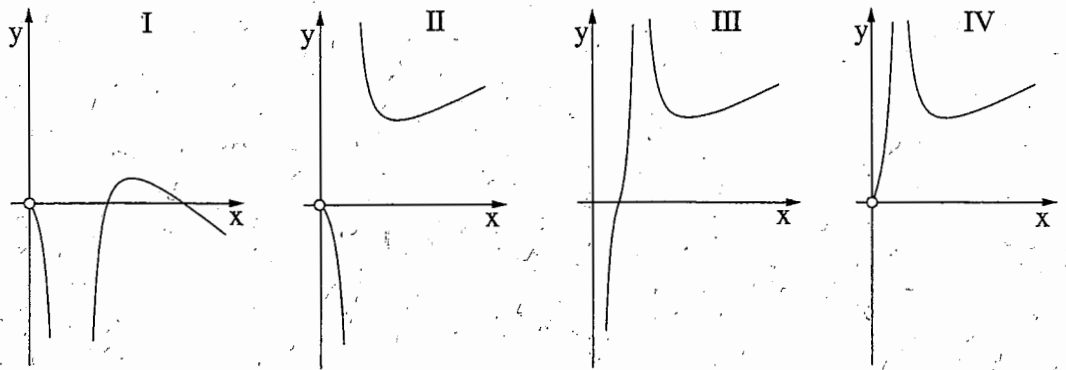


בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\ln(2x)}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מבין הגרפים IV-I שלפניך איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. הסבר מדוע עבור $x > \frac{e}{2}$ מתקיים $f(x) > e$.

טריגונומטריה במרחב

4. נתונה התיבה $ABCD A'B'C'D'$

שבסיסה הוא ריבוע.

אלכסוני הבסיס $A'B'C'D'$

נפגשים בנקודה O' (ראה ציור).

נתון: אורך צלע הבסיס הוא a ,

הזווית בין AO' לבסיס $ABCD$ היא 42° .

- הבע באמצעות a את נפח התיבה.
- חשב את הזווית בין אלכסון התיבה ובין בסיס התיבה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 805

1. א. הוכחה.

ב. $k = 6$.

ג. $n = 8$.

2. א. $a = e - 1$.

ב. (1) 5 (2) $f(x) = ex - x + e^{-x} + 4$.

ג. $\frac{e}{2} - 1 = 0.359$.

3. א. $x \neq \frac{1}{2}, x > 0$.

ב. $\left(\frac{e}{2}; e\right)$ מינימום.

ג. תחומי עלייה: $x > \frac{e}{2}$. תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $\frac{1}{2} < x < \frac{e}{2}$.

ד. גרף II.

ה. הוכחה.

4. א. $0.637a^3$.

ב. 24.24° .

בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 805

מתמטיקה, תשע"ב, מועד ב', מס' 315,035805 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מהשאלות 1-4 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

סדרות

1. כמות של 1000 גרם חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית.

כעבור מספר שנים נותרו 250 גרם מהחומר.

כעבור עוד 4 שנים נותרו 200 גרם מהחומר.

מצא כעבור כמה שנים נותרו 250 גרם מהחומר הרדיואקטיבי.

אלגברה וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x - 2x$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = 0$,

והעבירו אנך לציר ה- x דרך נקודת המינימום

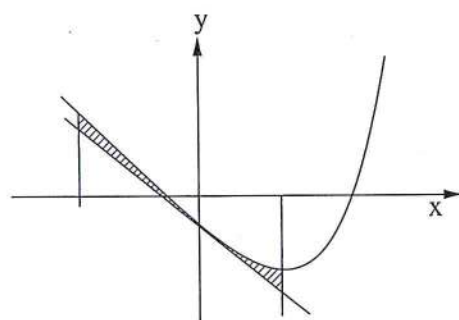
של הפונקציה (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את משוואת האנך.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי האנך

ועל ידי הישר $x = -1$ (השטח המקווקו בציור).



/המשך בעמוד 3/

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \ln x}{x^2}$. a הוא פרמטר שונה מאפס.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

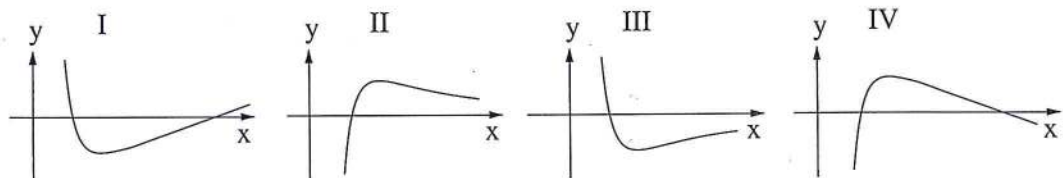
ב. שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $f(x) = 0$, הוא 3.

מצא את הערך של a .

הצב $a = 3$, וענה על הסעיפים ג-ה.

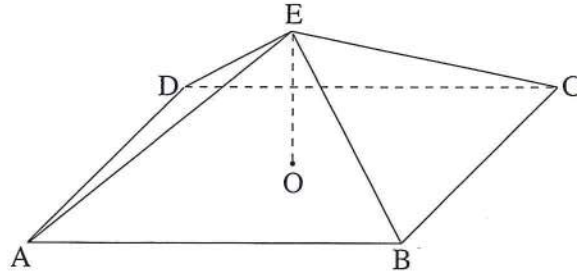
ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. לפניך הגרפים I, II, III, IV. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. האם יש פתרון למשוואה $1 = \frac{3 \ln x}{x^2}$? נמק.

טריגונומטריה במרחב



4. נתונה פירמידה ישרה EABCD

שבסיסה ABCD הוא מלבן

(ראה ציור).

הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

לבסיס היא 30° .

הזווית AOB בין אלכסוני הבסיס היא 120° .

גובה הפירמידה הוא 10 ס"מ.

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. חשב את הזווית בין הגובה ל-BC בפאה EBC ובין בסיס הפירמידה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 805

1. 24.85 שנים.

2. א. $y = -2x - \frac{1}{2}$

ב. $x = \ln 2$, אפשר גם: $x = 0.693$
ג. 0.181.

3. א. $x > 0$

ב. $a = 3$

ג. $\left(\sqrt{e}; \frac{3}{2e}\right)$ מקסימום.

ד. גרף II.

ה. לא.

4. א. 17.32 ס"מ.

ב. 33.69° .

בגרות חורף 2012 - שאלון 805

מתמטיקה, חורף תשע"ב, מס' 035805 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

ענה על שלוש מהשאלות 1-4 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

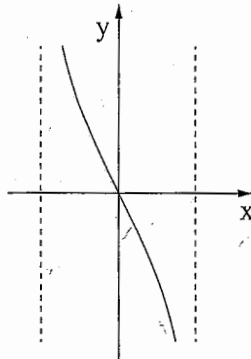
שים לב! אם תענה על יותר משלוש שאלות, יבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

סדרות

1. שני רוכבי אופנוע נמצאים במרחק 1110 ק"מ זה מזה, ורוכבים זה לקראת זה.
בשעה הראשונה עבר הרוכב הראשון מרחק של 50 ק"מ, ובכל שעה נוספת
עבר 5 ק"מ יותר מהמרחק שעבר בשעה הקודמת.
הרוכב השני יצא לדרך 3 שעות אחרי הרוכב הראשון. בשעה הראשונה הוא
עבר 90 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 4 ק"מ פחות מהמרחק שעבר בשעה הקודמת.
חשב כעבור כמה שעות מרגע היציאה של הרוכב הראשון ייפגשו שני הרוכבים.

/המשך בעמוד 3/

אלגברה וחשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



2. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_{\frac{1}{e}}(1+x) - \log_{\frac{1}{e}}(1-x)$ (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי $f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$.

ג. (1) מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה A הנמצאת ברביע השני,

ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B הנמצאת ברביע הרביעי.

נתון כי כל אחד משיפועי המשיקים הוא $-\frac{8}{3}$.

מצא את שיעורי ה- x של הנקודות A ו- B.

(2) דרך הנקודה A העבירו מקביל לציר ה- x , ודרך הנקודה B העבירו

מקביל לציר ה- x .

היעזר בחוקי הלוגריתמים (בלי להשתמש במחשבון), והראה כי המרחק בין

המקבילים הוא $2\ln 3$.

ד. היעזר בגרף של הפונקציה $f(x)$, וקבע אם בתחום ההגדרה של $f(x)$

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא תמיד שלילית, תמיד חיובית

או לפעמים שלילית ולפעמים חיובית. נמק.

3. הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x מקיימת:

$$f(x) \geq 0 \text{ לכל } x$$

$$f(0) = 0 \text{ ואין יותר נקודות שבהן } f(x) = 0$$

$$f(x) \text{ עולה בתחומים } x > 0, x < -\ln 3$$

$$f(x) \text{ יורדת בתחום } -\ln 3 < x < 0$$

א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, וציין בה את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון.

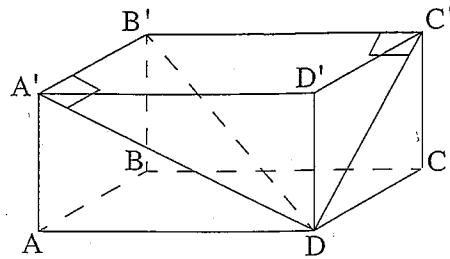
נתון גם: $f(x) = e^{3x} - 2e^{ax} + e^x$, a הוא פרמטר.

ב. היעזר בנקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$, ומצא את ערך הפרמטר a .

ג. דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

הצב $a = 2$, ומצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

ועל ידי ציר ה- x .



4. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$

אורך האלכסון $B'D$ הוא a .

האלכסון $B'D$ יוצר זווית של 60°

עם המקצוע $A'B'$,

ויוצר זווית של 50° עם הפאה $DCC'D'$.

א. הבע באמצעות a את האורך:

(1) של הצלע $A'B'$.

(2) של הצלע $B'C'$.

(3) של האלכסון BD .

ב. הבע באמצעות a את נפח התיבה $ABCD A'B'C'D'$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 805

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 035805, 315 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

האיבר הראשון של הסדרה הוא 2.5.

האיבר במקום ה-33 בסדרה גדול ב-80 מהאיבר במקום ה-17 בסדרה.

מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר שלישי כך שהתקבלה סדרה חשבונית חדשה:

$$a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$$

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

ב. סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3100.

(1) מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

(2) מהו מספר האיברים בסדרה המקורית? נמק.

טריגונומטריה במרחב

2. במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הבסיסים

הם משולשים שוויושוקיים ($AB = AC$).

AD הוא גובה לצלע BC ,

ו- $A'D'$ הוא גובה לצלע $B'C'$ (ראה ציור).

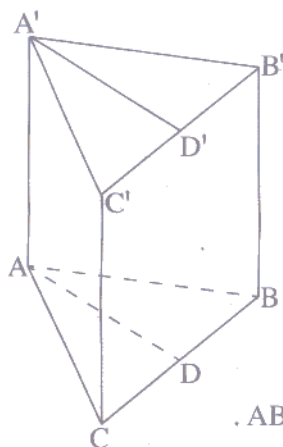
נתון: $\angle BAC = 64^\circ$, $BC = 26$ ס"מ,

נפח המנסרה הוא 8112 סמ"ק.

א. חשב את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון $A'B$ ובין בסיס המנסרה ABC .

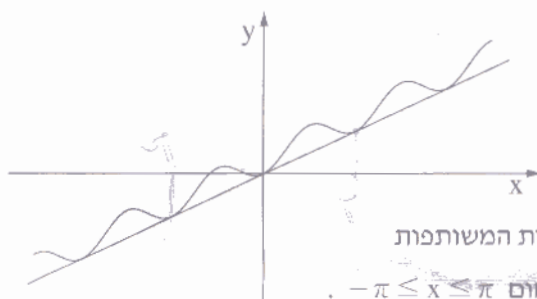
ג. חשב את $\angle A'AD'$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה

$$f(x) = 0.5x - 0.5 \cos(2x) + 0.5$$

$$y = 0.5x \text{ נתון הישר}$$

(ראה ציור).

א. (1) מצא את שיעורי ה- x של הנקודות המשותפות

לישר ולגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

(2) הראה כי הישר משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות שמצאת בתת-סעיף א (1).

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר $y = 0.5x$

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 e^{-\frac{x^2}{m}}$, m הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה הוא -2.

מצא את הערך של הפרמטר m .

הצב $m = 4$, וענה על הסעיפים שלפניך.

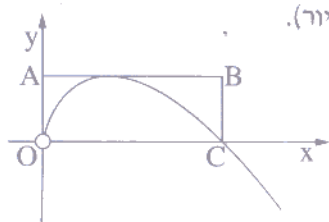
ג. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. לפי גרף הפונקציה $f(x)$ סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $-2 \leq x \leq 2$.



5. א. נתונה הפונקציה $f(x) = -x \ln(2x)$, $x > 0$ (ראה ציור).

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה

העבירו משיק המקביל לציר ה- x ,

ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x

העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

הישרים יוצרים עם הצירים מלבן $ABCO$, כמתואר בציור (O – ראשית הצירים).

מצא את שטח המלבן $ABCO$.

בתשובתך תוכל להשאיר e .

ב. לחוקר יש היום כמות מסוימת של חומר רדיואקטיבי. הכמות קטנה בצורה מעריכית.

בעוד 10 שנים תרד ב-20% כמות החומר שיש לחוקר היום.

מצא בעוד כמה שנים מהיום תרד ב-40% כמות החומר.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

1. א. $d=15$. ב. (1) 20 איברים. (2) 60 איברים.

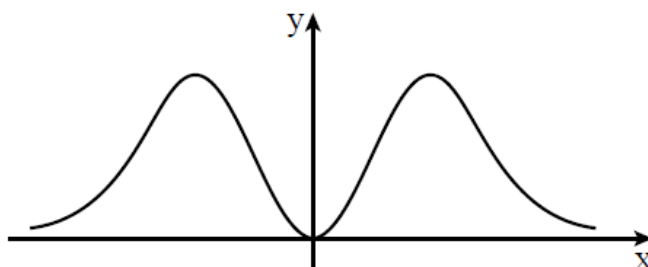
2. א. 30 ס"מ. ב. 50.73° . ג. 34.74° .

3. א. (1) $\pi, 0, -\pi$. (2) הוכחה. ב. π יח"ר.

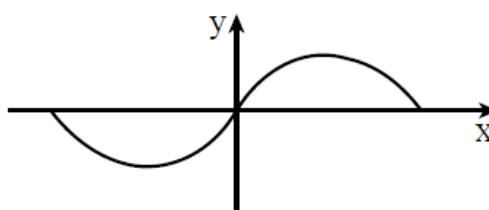
4. א. כל x . ב. $m=4$. ג. (1) $(0;0)$.

(2) $(2; \frac{8}{e})$ מקסימום, $(0;0)$ מינימום, $(-2; \frac{8}{e})$ מקסימום.

(3)



ד.



5. א. $\frac{1}{4e} \approx 0.09197$ יח"ר. ב. 22.89 שנים.

בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 805

מתמטיקה, תשע"ג, מועד ב', מס' 315,035805 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

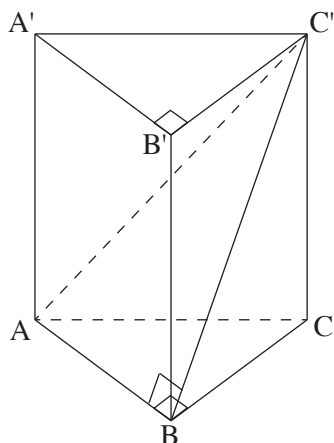
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. ראובן משחק עם חבריו בגולות. כל משתתף מכניס בתורו גולות למשחק. הזוכה בתור שלו, מקבל מספר גולות הגדול פי 6 ממספר הגולות שהכניס באותו תור למשחק. המפסיד בתור שלו, מפסיד את כל הגולות שהכניס באותו תור למשחק (ולא מקבל שום גולה). ראובן הכניס בתור הראשון שלו 3 גולות, והפסיד. הוא המשיך לשחק, ובכל תור הוא הכניס 2 גולות יותר משהכניס בתור הקודם שלו. ראובן שיחק בסך הכול n תורים. בכל תור הוא הפסיד, ורק בתור האחרון הוא זכה. א. הבע באמצעות n את מספר הגולות שראובן קיבל בתור האחרון. בתור האחרון קיבל ראובן מספר גולות הגדול ב-6 ממספר כל הגולות שהכניס למשחק ב- n התורים ששיחק. ב. (1) הבע באמצעות n את מספר כל הגולות שהכניס ראובן למשחק ב- n התורים ששיחק. (2) כמה תורים שיחק ראובן?

טריגונומטריה במרחב



2. הבסיס של מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים (ראה ציור). נתון: $\angle ABC' = 90^\circ$, $AB = BC = a$ ס"מ. הזווית בין האלכסון AC' לפאה $BCC'B'$ היא α . א. הבע באמצעות a ו- α את נפח המנסרה. נתון גם כי גובה המנסרה הוא $2a$. ב. מצא את α . ג. מצא את גודל הזווית שבין האלכסון AC' לבסיס ABC .

/המשך בעמוד 3/

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = a - b \sin(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

a ו- b הם פרמטרים חיוביים.

א. אחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא הנקודה שבה $x = \frac{\pi}{12}$.

הבע את b באמצעות a .

הצב בפונקציה $b = 2a$, וענה על הסעיפים ב-ד שלפניך.

ב. בתחום הנתון הבע באמצעות a , במידת הצורך:

(1) את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

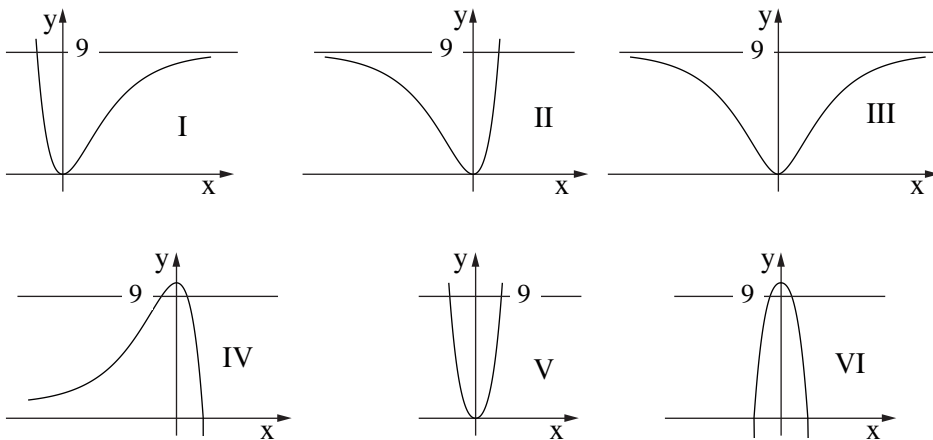
(2) את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 0.5a$ בתחום הנתון? נמק.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (3e^x - 3)^2$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
 ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הישר $y = 9$ (אם יש כאלה).
 ג. מבין הגרפים VI-I שלפניך, איזה גרף מציג סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-2}{2x-3}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
 ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = 1$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 805

1. א. $12n + 6$

ב. $n^2 + 2n$ (1) $\cdot 10$ (2)

2. א. $\frac{a^2}{2} \sqrt{\frac{a^2}{\tan^2 \alpha} - a^2} = \frac{a^3 \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}}{2 \cdot \tan \alpha}$

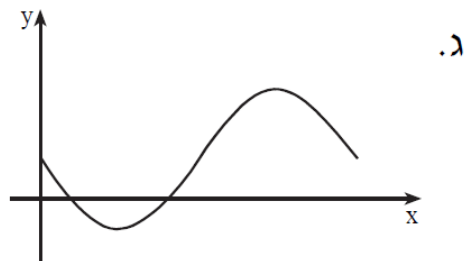
ב. 24.09°

ג. 54.74°

3. א. $b = 2a$

ב. (1) $(0; a)$, $(\frac{\pi}{12}; 0)$, $(\frac{5}{12}\pi; 0)$

(2) $(\frac{3}{4}\pi; 3a)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{4}; -a)$ מינימום.



ד. 2

בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 805

מתמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 035805, 315 + נספח - 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

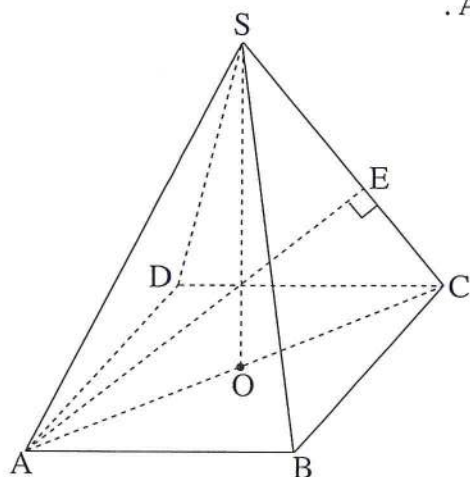
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. אדם קיבל שתי הצעות לקניית שואב אבק בתשלומים חודשיים, הצעה I והצעה II בשתי ההצעות היה לשואב האבק אותו המחיר.
הצעה I: התשלום הראשון הוא 180 שקלים,
וכל תשלום נוסף גדול ב- 15 שקלים מהתשלום שקדם לו.
הצעה II: התשלום הראשון הוא 195 שקלים,
וכל תשלום נוסף קטן ב- 15 שקלים מהתשלום שקדם לו.
מספר התשלומים בהצעה II היה גדול ב- 2 ממספר התשלומים בהצעה I.
א. מצא את מספר התשלומים בהצעה II.
ב. מצא את המחיר של שואב האבק.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע ABCD.
האורך של צלע הריבוע הוא a ס"מ.
גובה הפירמידה, SO, שווה לאלכסון הבסיס, AC.
(ראה ציור).



- א. חשב את הזווית שבין SC למישור הבסיס של הפירמידה.
- ב. מקדקוד A העבירו אנך למקצוע SC.
האנך חותך את המקצוע בנקודה E (ראה ציור).
הבע באמצעות a את אורך הקטע CE.
- ג. נתון ששטח המשולש AEC הוא 40 סמ"ר.

חשב את a.

/המשך בעמוד 3/

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$) (66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 2}{e^{2x}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

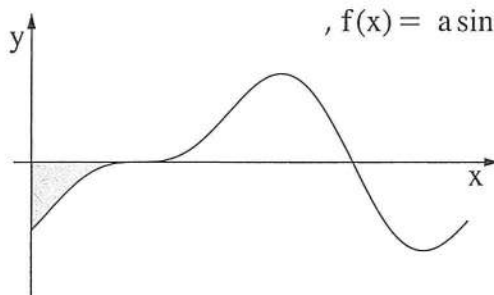
ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנכים לציר ה- x .

מצא את המרחק בין האנכים.



4. בציור שלפניך נתון הגרף של הפונקציה $f(x) = a \sin(2x) - \cos x$,

בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

a הוא פרמטר.

א. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = \frac{7\pi}{6}$.

א. מצא את הערך של a .

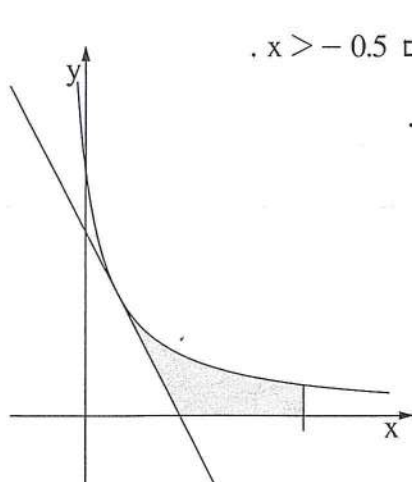
ב. הצב בפונקציה $a = 0.5$,

וענה על התת-סעיפים (1)-(2).

(1) מצא בתחום הנתון את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y

(השטח האפור בציור).



5. בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{2x+1}$ בתחום $x > -0.5$.

א. העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק הוא -2 .

(1) מצא את השיעורים של נקודת ההשקה.

(2) מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי המשיק, על-ידי הישר $x = 3.5$

ועל-ידי ציר ה- x (השטח האפור בציור).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 805

1. א. 7 תשלומים.

ב. 1050 שקלים.

2. א. 63.43° .

ב. $0.6326a$.

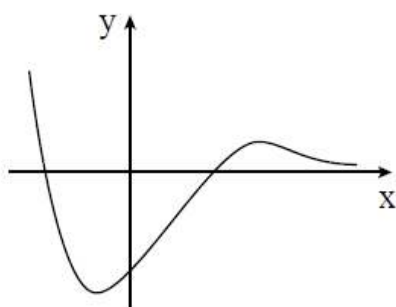
ג. 10.

3. א. כל x .

ב. (1) $(-1; -e^2)$ מינימום, $\left(2; \frac{2}{e^4}\right)$ מקסימום.

(2) $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; 0)$, $(0; -2)$.

(3)



ג. 3.

4. א. $a = \frac{1}{2}$.

ב. (1) $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$, $\left(\frac{3\pi}{2}; 0\right)$. (2) $\frac{1}{2}$ יח"ר.

5. א. (1) $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. (2) $y = -2x + 3$.

ב. $2 \ln 4 - 1 = 1.773$.

בגרות חורף 2014 - שאלון 805

מתמטיקה, חורף תשע"ד, מס' 315,035805 + נספח - 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

נתון: $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$

א. הראה כי האיבר הראשון בסדרה החשבונית שווה להפרש הסדרה.

ב. (1) שלושת האיברים a_4, a_6, a_9 בסדרה החשבונית הנתונה מהווים סדרה הנדסית.

(a_4 הוא האיבר הראשון בסדרה ההנדסית.)

מצא את מנת הסדרה ההנדסית.

(2) סכום שלושת האיברים שבתת-סעיף ב(1) הוא 133.

מצא את הפרש הסדרה החשבונית הנתונה.

(3) סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה מקיים $S_n > 11,977$.

מצא את n . הקטן ביותר המקיים אי-שוויון זה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע

וגובה SO.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC (ראה ציור).

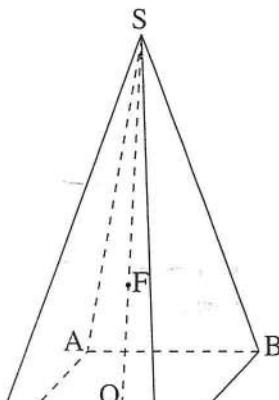
הזווית בין SE לבסיס הפירמידה היא 75° .

אורך צלע הבסיס הוא a .

א. (1) הבע באמצעות a את האורך של SE.

(2) הבע באמצעות a את שטח המעטפת

של הפירמידה SABCD.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

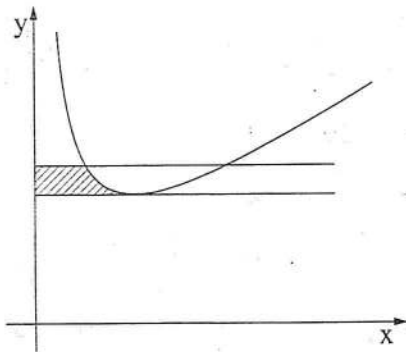
3. א. יובל פתח חשבון חדש בבנק והפקיד בו 10,000 שקל.

הסכום שהפקיד גדל בכל חודש ב- 2%.

כעבור שנה מרגע ההפקדה משך יובל מחשבונו 5000 שקל.

(הסכום שנשאר ממשיך לגדול בכל חודש ב- 2%).

כעבור כמה חודשים מרגע המשיכה, שוב יהיו בחשבונו של יובל 10,000 שקל?



ב. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{2x} + \frac{2x}{3}$

בתחום $x > 0$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודת הקיצון שלה, והעבירו את

הישר $y = 2\frac{1}{6}$ החותך את גרף הפונקציה

בין היתר בנקודה שבה $x = 1$

(הנקודה הקרובה לציר ה- y).

מצא את השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- y ,

השטח המקווקו בציר.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -2 \cos(2x) + a$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$.

a הוא פרמטר המקיים $0 < a < 2$.

א. מצא את השיעורים של נקודות המקסימום המוחלט והמינימום המוחלט של הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות a במידת הצורך).

ב. נתון כי הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

מצא את הערך של a.

הצב $a = 1$, וענה על הסעיפים ג ו ד.

ג. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y = 3$ ועל ידי ציר ה-y.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (a - 3x)e^{3x}$, a הוא פרמטר.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. ידוע כי שיעור הנקודה הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 1.

מצא את הערך של a.

הצב $a = 4$, וענה על הסעיפים ג ו ד.

ג. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתון הישר $y = k$, $k \leq 0$.

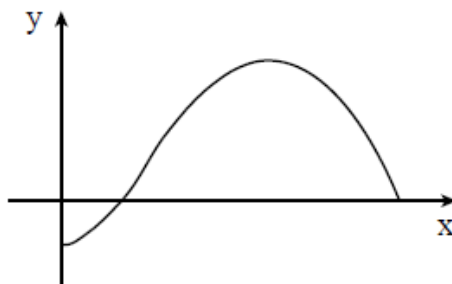
כמה נקודות חיתוך יש לישר זה עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2014 - שאלון 805

1. א. הוכחה.
 ב. (1) $q = 1.5$ (2) $d = 7$ (3) $n = 59$.
2. א. (1) $1.932a$ (2) $3.864a^2$.
 ב. 41.336° .
3. א. 13.31 חודשים.
 ב. 0.1915 יח"ר.
4. א. מינימום מוחלט, $(0; a - 2)$ מקסימום מוחלט, $(\frac{\pi}{2}; a + 2)$.
 ב. $a = 1$.
 ג.



ד. $\pi = 3.14$.

בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 805

מתמטיקה, קיץ תשע"ה, מס' 035805, 315 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינסופיות יורדות:

I. $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

II. $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$

נתון כי מנת הסדרה I היא q , ומנת הסדרה II היא $\frac{1}{2}$.

משתי הסדרות הנתונות בנו סדרה שלישית שהיא גם סדרה הנדסית אינסופית יורדת:

III. $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$

א. הבע באמצעות q את מנת הסדרה III.

ב. סכום האיברים של סדרה II הוא 8.

סכום האיברים של סדרה I גדול פי 2 מסכום האיברים של סדרה III.

מצא את מנת הסדרה III.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$.

נקודה E היא אמצע המקצוע CC' (ראה ציור).

א. מצא את גודל הזווית בין AE לבסיס ABCD.

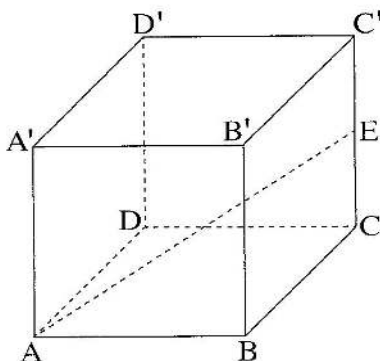
ב. נתון כי נפח הקובייה הוא 140.608 סמ"ק.

מצא את אורך הקטע AC.

ג. נקודה K נמצאת על הקטע EC' .

נתון: $CK = 4.5$ ס"מ.

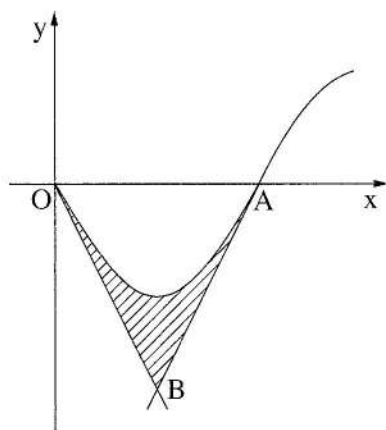
מצא את $\angle KAE$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = -\sin 2x$

בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$.

גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x

בראשית הצירים O ובנקודה A.

העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה O

ומשיק לגרף הפונקציה בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק בנקודה O

ואת משוואת המשיק בנקודה A.

ב. המשיקים נפגשים בנקודה B.

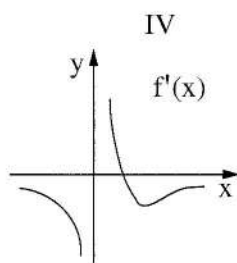
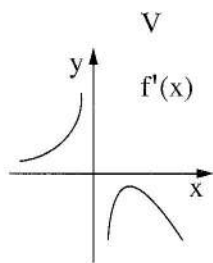
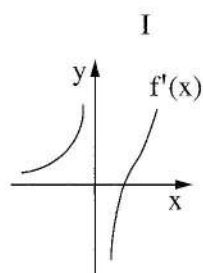
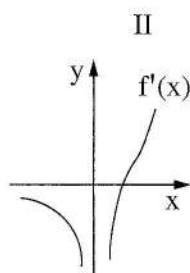
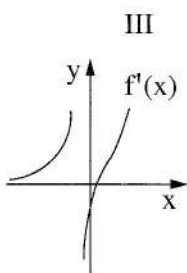
מצא את השיעורים של הנקודה B.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי שני המשיקים

(השטח המקווקו בציור).

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{2x^2}$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 (2) מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?
 ב. (1) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. מבין הגרפים I, II, III, IV, V שלפניך, איזה גרף מייצג את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 (\ln x)^2$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \geq \frac{1}{e^2}$.
- ד. (1) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq \frac{1}{e^2}$.
- (2) הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות A ו- B . מצא את השטח המוגבל על ידי הקטע AB ועל ידי הגרף של $f'(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 805

1. א. $2q$ ב. $\frac{2}{3}$

2. א. 19.47° ב. 7.354 ס"מ ג. 11.99°

3. א. $y = 2x - \pi$, $y = -2x$

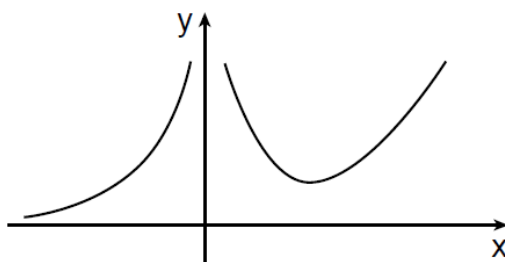
ב. $B\left(\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{2}\right)$

ג. $\frac{\pi^2}{8} - 1 \approx 0.234$

4. א. (1) $x \neq 0$ (2) $x = 0$

ב. (1) עלייה: $x > 1$ או $x < 0$; ירידה: $0 < x < 1$ (2) אין.

(3)



ג. גרף א.

בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 805

מתמטיקה, קיץ תשע"ה, מועד ב', מס' 035805, 315 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב $(33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. ארבעת האיברים שלפניך: a_1, a_2, a_3, a_4 , הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה.

סכום ארבעת האיברים הוא 20.

שלושת האיברים a_1, a_2, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

a_1 הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות.

א. הראה כי a_1 שווה להפרש הסדרה החשבונית, ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.

ב. $\frac{a_2}{a_3 - a_1}$ הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית יורדת.

סכום כל האיברים בסדרה זו שווה ל-2.

מצא את הסכום של 6 האיברים הראשונים בסדרה זו.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע.

גובה הפירמידה שווה לצלע של בסיס הפירמידה.

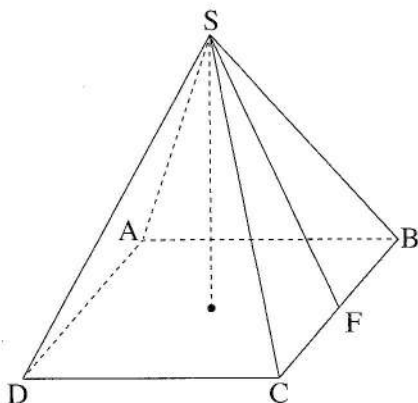
SF הוא גובה למקצוע CB בפאה SCB (ראה ציור).

א. מצא את הזווית בין SF לבסיס הפירמידה.

ב. מצא את הזווית CSB.

ג. נפח הפירמידה הוא 1125 סמ"ק.

מצא את שטח המשולש SDB.

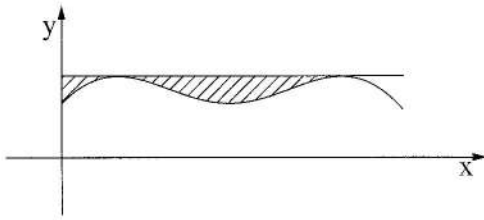


פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos(2x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודות המקסימום המוחלט שלה

(ראה ציור).

א. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y

(השטח המקווקו בציור).

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - \frac{3}{4}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות המקסימום המוחלט שלה? נמק.

תוכל להיעזר בתת-סעיף א (1).

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר ($a < 2$).

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון.

ההפרש בין שיעור ה- x החיובי לבין שיעור ה- x השלילי של נקודות הקיצון הוא 2.

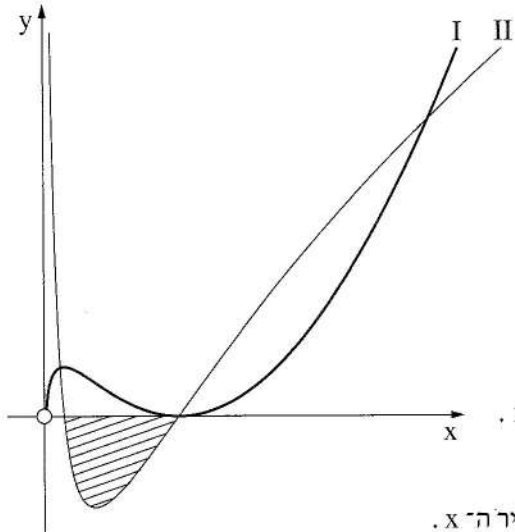
מצא את הערך של a .

הצב $a = 1$, וענה על סעיף ג.

ג. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



5. בציור שלפניך מוצגים הגרפים

של הפונקציה $f(x)$

ושל פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$,

הגרפים I ו-II.

א. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של פונקציית

הנגזרת $f'(x)$? נמק.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא $f(x) = 2x(\ln x)^2$,

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף II עם ציר ה- x .

ד. באיזה תחום שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ הוא חיובי? נמק.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

בהצלחה!

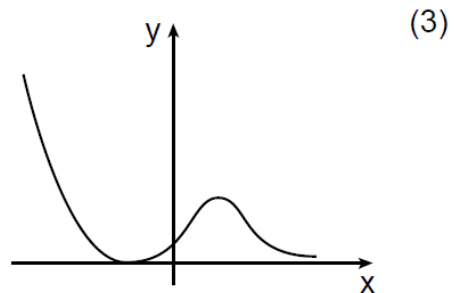
פתרון בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 805

1. א. $d = 2$. ב. $\frac{63}{32} = 1.96875$.

2. א. 63.43° . ב. 48.19° . ג. 159.1 סמ"ר.

3. א. (1) $y = \frac{3}{4}$. (2) 0.314 . ב. $y = 0$.

4. א. כל x . ב. $a = 1$. ג. (1) $(-1; 0)$, (2) $(0; 1)$. ד. מקסימום. מינימום. $(-1; 0)$.



5. א. גרף $f(x)$ מתאים ל-גרף $f'(x)$. ב. $x > 0$.

ג. $(1; 0)$, $(\frac{1}{e^2}; 0)$. ד. $x > 1$ או $0 < x < \frac{1}{e^2}$. ה. $\frac{8}{e^2} \approx 1.083$ יח"ר.

בגרות חורף 2015 - שאלון 805

מתמטיקה, חורף תשע"ה, מס' 315,035805 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. א. נתונים כל המספרים התלת-ספרתיים שמתחלקים ב-6 בלי שארית. מצא את הסכום של מספרים אלה.

המספר הגדול ביותר מבין המספרים שבסעיף א הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אין-סופית.

האיבר הרביעי בסדרה הנדסית זו הוא 124.5.

ב. מצא את הסכום של הסדרה ההנדסית.

ג. הראה כי האיבר הראשון בסדרה ההנדסית שווה לסכום של כל האיברים שאחריו.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה $SABC$

שבסיסה משולש ישר-זווית, ($\angle ACB = 90^\circ$)

(ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = k$,

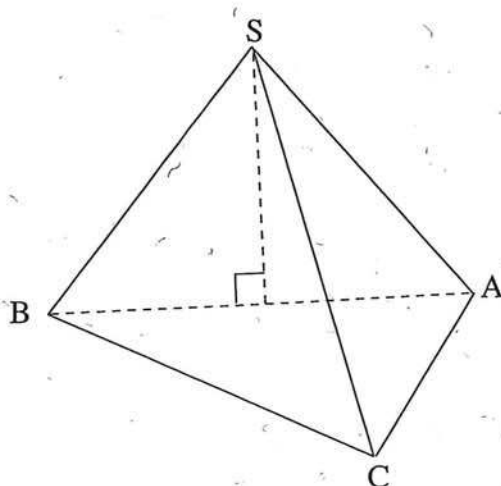
הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה

היא 45° .

א. הבע באמצעות k את נפח הפירמידה.

ב. הבע באמצעות k את הגובה לבסיס AC

בפאה SAC .



/המשך בעמוד 3/

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$,

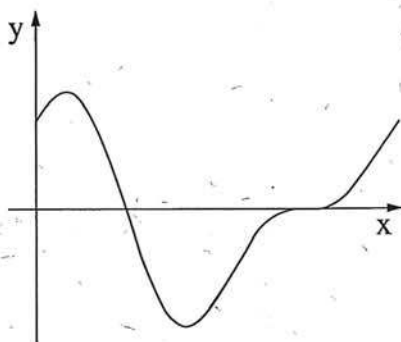
בתחום $x \geq 0$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).

ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציות, וקבע את סוגן.

ג. האם עבור $x = 4$ הגרף של $f(x)$ נמצא מעל לגרף של $g(x)$ או מתחתיו? נמק.

ד. האם הגרפים של הפונקציות נפגשים? נמק.



4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + 2 \cos x$

בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון

של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה

העבירו משיק לגרף הפונקציה.

מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- y .

/המשך בעמוד 4/

פתרון בגרות חורף 2015 - שאלון 805

1. א. 82,350 ב. 1992 ג. הוכחה.

2. א. $\frac{\sqrt{3}}{48}k^3 \approx 0.036k^3$ ב. $\frac{\sqrt{7}}{4}k \approx 0.661k$

3. א. $f(x)$: עלייה: $x > 0$, ירידה: אין;

$g(x)$: עלייה: אין, ירידה $x > 0$.

ב. $f(x)$: $(0;0)$ מינימום מוחלט; מקסימום מוחלט – אין.

$g(x)$: $(0;2)$ מקסימום מוחלט, מינימום מוחלט – אין.

ג. $f(x)$ נמצאת מעל $g(x)$.

ד. כן. עבור $x = 0$ $g(x)$ נמצאת מעל $f(x)$, עבור $x = 4$ $f(x)$ נמצאת מעל $g(x)$.

מכיוון שהפונקציות רציפות ומוגדרות בתחום הנתון, הרי הגרפים של הפונקציות נפגשים.

4. א. $(0;2)$ מינימום, $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ מקסימום, $\left(\frac{5\pi}{6}; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ מינימום, $(2\pi;2)$ מקסימום.

ב. 0.1103 יח"ר.

5. א. $a = \frac{1}{2}$ ב. $0 < x < 4$ ג. גרף III.

בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 805/482

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מס' 035805, 315 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $1, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$ ($x > 1$)

א. הבע באמצעות x את מנת הסדרה של האיברים העומדים במקומות האיזוגיים

בסדרה הנתונה.

ב. מצא את x .

ג. מצא את הסכום של ריבועי האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדרה הנתונה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה מלבן ABCD

(ראה ציור).

נתון: $\angle ASC = 70^\circ$

$\angle CAB = 50^\circ$

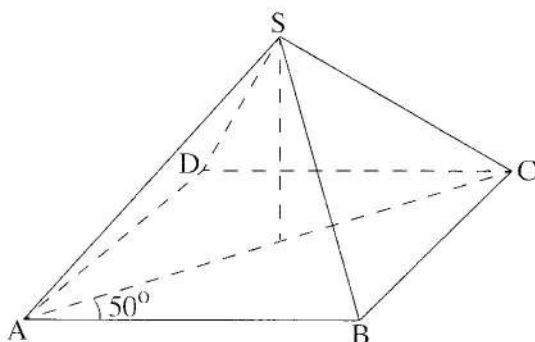
AB = 6 ס"מ

א. מהו גודל הזווית בין מקצוע צדדי ובין

בסיס הפירמידה?

ב. חשב את נפח הפירמידה.

ג. חשב את גודל הזווית ASB.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$) (66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = x + \sin(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f'(x)$ בתחום הנתון.

ענה על הסעיפים א ו-ב עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה $g(x)$,

וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. עבור אילו ערכים של x , שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא שלילי? נמק.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} + e^{4-2x} + 2$.

א. (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

(2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. דרך נקודת הקיצון של הפונקציה העבירו אנך לציר ה- x .

השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- y

ועל ידי הישר $y = k$, שווה ל- $\frac{e^4}{2} - 8\frac{1}{2}$.

$$0 < k < 16$$

מצא את הערך של k .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - \ln(x^2) - 3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ד. (1) מצא את הערך של $f(5)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$.

מצא כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x . נמק.

בהצלחה!

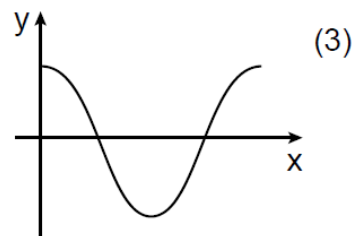
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 805/482

1. א. $\frac{1}{x^2}$. ב. $x = 2$. ג. $\frac{4}{15}$.

2. א. 55° . ב. 95.32 סמ"ק. ג. 43.27° .

3. א. (1) $\left(\frac{\pi}{3}; 0\right)$, $\left(\frac{2\pi}{3}; 0\right)$. (2) מקסימום מוחלט: $(0; 3)$, $(\pi; 3)$. מינימום מוחלט: $\left(\frac{\pi}{2}; -1\right)$.



ב. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$.

בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 805/482

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מועד ב', מס' 315,035805 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה המקיימת את הכלל $a_{n+1} = a_n - 4$ לכל n טבעי.

האיבר השלישי בסדרה הוא 12.

א. מצא את האיבר הראשון.

בסדרה זו 71 איברים.

ב. חשב את הסכום של 10 האיברים האחרונים בסדרה.

ג. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$.

בסיס המנסרה ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$)

(ראה ציור).

זווית הראש של המשולש ABC היא 54°

והאורך של בסיס המשולש הוא 7 ס"מ.

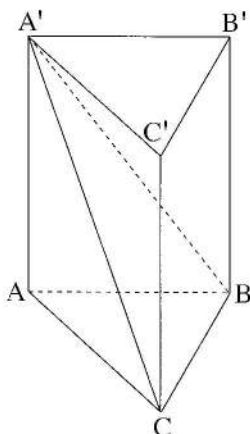
הזווית בין האלכסון $A'C$ ובין בסיס המנסרה ABC

היא 65° .

א. חשב את שטח הפאה $ACC'A'$.

ב. חשב את הזווית בין הגובה לצלע BC במשולש $CA'B$

ובין בסיס המנסרה ABC .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 3 - \sin^2 x - \cos x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. (1) על פי הגרף שסרטטת בסעיף ב, סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- (2) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x , בתחום $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$.

4. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{3-x}$.

- מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות עם הצירים (אם יש כאלה).
- מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
- ג. (1) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.
- (2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (3) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $y = e^3$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^m - \ln(x^4)$. m הוא מספר טבעי.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה שווה ל-1.

מצא את הערך של m .

הצב $m = 4$ וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 3$.

כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.

בהצלחה!

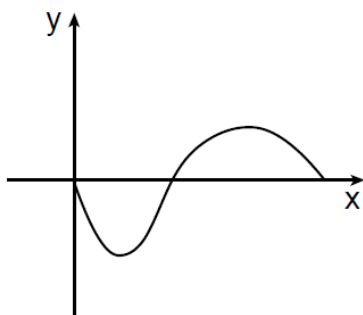
פתרון בגרות קיץ 2016 מועד ב'- שאלון 805/482

1. א. $a_1 = 20$. ב. $S = -2420$. ג. $a_{36} = -120$.

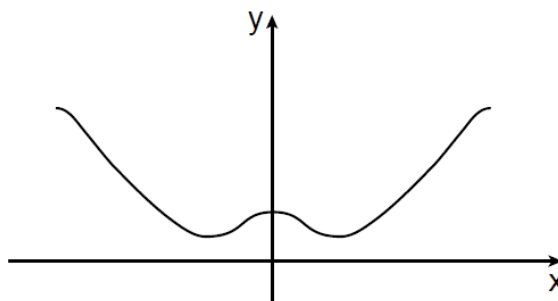
2. א. $S = 127.46$. ב. 67.44° .

3. א. $(\pi; 4)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{3}; \frac{7}{4})$ מינימום, $(0; 2)$ מקסימום, $(-\frac{\pi}{3}; \frac{7}{4})$ מינימום, $(-\pi; 4)$ מקסימום.

ג. (1)



ב.



ג. (2) $2\frac{1}{4}$.

בגרות חורף 2016 - שאלון 805/482

מתמטיקה, חורף תשע"ו, מס' 035805, נספח - 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא $a_n = 3n - 12$,

ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל $b_n = 2a_n + 1$.

א. (1) הראה כי $b_n = 6n - 23$.

(2) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ב. נתון כי האיבר האחרון בסדרה b_n הוא 79.

מצא את מספר האיברים בסדרה b_n .

ג. נתון כי בסדרה a_n ובסדרה b_n יש אותו מספר איברים.

מצא את סכום האיברים במקומות האיזוגיים בסדרה a_n .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה ABCDS שבסיסה מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

נתון: $AS = 13$ ס"מ,

הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

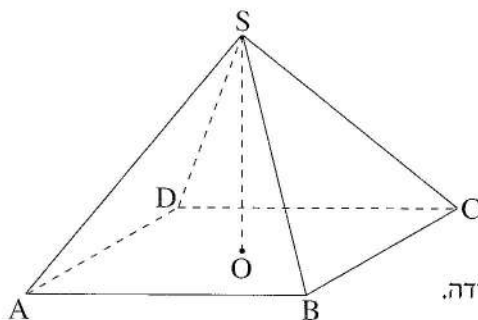
ובין בסיס הפירמידה היא 45° .

א. מצא את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

ב. נתון גם: $\angle CAB = 50^\circ$.

מצא את שטח הבסיס של הפירמידה.

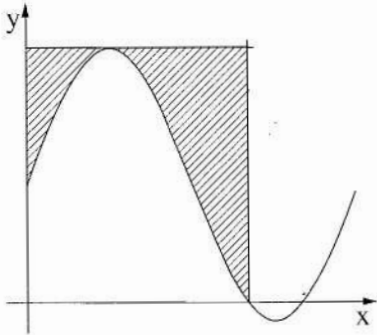
ג. מצא את השטח של הפאה SBC.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{3} + 2 \sin(2x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים

של נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה

ושל נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה.

ב. בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה

העבירו משיק לפונקציה.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה- y

ועל ידי הישר $x = \frac{2\pi}{3}$ (השטח המקווקו בציור).

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

מצא את תחומי העלייה של הפונקציה $g(x)$.

(הפונקציות $g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום).

5. נתונות הפונקציות: $f(x) = \ln x$, $g(x) = \ln(2x)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.

(2) מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

(3) האם יש נקודת חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות? נמק.

(4) האם לפונקציות הנתונות יש נקודות קיצון? נמק.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$

באותה מערכת צירים.

ב. (1) הראה כי $\ln(2x) - \ln x = \ln 2$ (בתחום ההגדרה של הפונקציות).

(2) דרך נקודות החיתוך עם ציר ה- x של הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$,

העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x .

היעזר בתת-סעיף ב(1), ומצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים

של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי האנכים.

תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2016 - שאלון 805/482

1. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה $(b_{n+1} - b_n = 6)$. ב. 17 איברים. ג. 135.

2. א. $13\sqrt{2}$ ס"מ (אפשר גם 18.38 ס"מ). ב. 166.43 סמ"ר. ג. 76.95 סמ"ר.

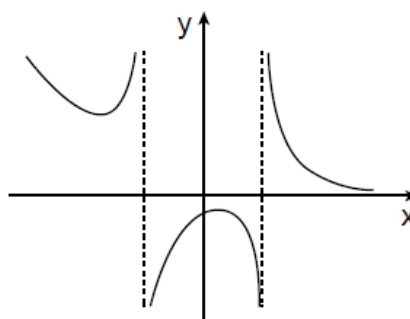
3. א. $\left(\frac{\pi}{4}; 2 + \sqrt{3}\right)$ מקסימום מוחלט, $\left(\frac{3\pi}{4}; -2 + \sqrt{3}\right)$ מינימום מוחלט. ב. $1\frac{1}{3}\pi - 1\frac{1}{2} = 2.69$.

4. א. (1) $x \neq \sqrt{3}, x \neq -\sqrt{3}$. (2) $x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}$. (3) $\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

(4) $\left(1; -\frac{1}{2e}\right)$ מקסימום. $\left(-3; \frac{e^3}{6}\right)$ מינימום.

(5) עלייה: $-3 < x < -\sqrt{3}$ או $-\sqrt{3} < x < 1$; ירידה: $x < -3$ או $1 < x < \sqrt{3}$ או $x > \sqrt{3}$.

ב.



ג. $x < -\sqrt{3}$ או $x > \sqrt{3}$.

בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 805/482

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מס' 035805, 315 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה המקיימת: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$, לכל n טבעי.

א. חשב את האיברים a_2 ו- a_3 .

ב. מגדירים סדרה חדשה: $b_n = a_{n+1} - a_n$.

ג. הבע את b_n באמצעות n .

ד. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה.

ה. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- a_5 . מצא את n .

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה משולשת ישרה $SABC$

שבסיסה, משולש ABC , הוא שווה צלעות.

נתון: $AB = 2a$.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

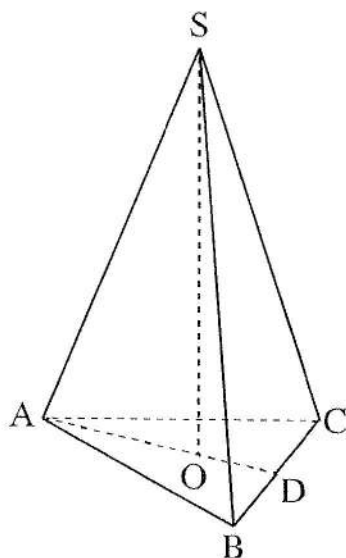
AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC .

א. הבע באמצעות a את אורך AD .

ב. נתון כי נפח הפירמידה הוא $\sqrt{3} \cdot a^3$.

הבע באמצעות a את גובה הפירמידה SO .

ג. חשב את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + 4 \cos x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
 - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ העבירו שני אנכים לציר ה- x . חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x ושני האנכים.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$, a הוא פרמטר שונה מאפס.

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $(0, -\frac{1}{9})$.
- ב. מצא את a .

- הצב בפונקציה $f(x)$ את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 - (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - (3) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.
 - (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ד. מצא את התחום שבו $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{2+2x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 805/482

1. א. $a_3 = 16$, $a_2 = 7$.

ב. $b_n = 2n + 5$.

ג. $d = 2$.

ד. 4.

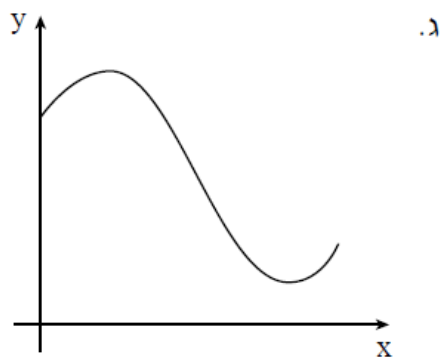
2. א. $a\sqrt{3}$.

ב. $3a$.

ג. 68.95° .

3. א. $(0; 4)$.

ב. מינימום, $\left(\frac{\pi}{6}; 4.51\right)$ מקסימום, $\left(\frac{5\pi}{6}; 1.771\right)$ מינימום, $(\pi; 2.28)$ מקסימום.



ד. 6.58 יח'.

בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 805/482

- 2 -

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מועד ב, מס' 035805, 315 + נספח

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

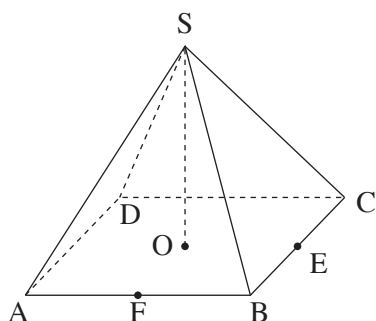
ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ.
במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה, כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
א. כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?
לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ.
בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה:
לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה). כך, בשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
ב. בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?
ג. כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכול במהלך האימונים שלה?

טריגונומטריה במרחב



2. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

אורך הצלע של בסיס הפירמידה הוא 8 ס"מ.

SE הוא הגובה לצלע BC בפאה הצדדית SBC,

ו-SF הוא הגובה לצלע AB בפאה הצדדית SAB.

שטח הפאה SBC הוא 36 סמ"ר.

א. (1) חשב את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

(2) חשב את האורך של גובה הפירמידה, SO.

הנקודה G היא אמצע הקטע FE.

ב. (1) חשב את אורך הקטע FE.

(2) חשב את אורך הקטע OG.

(3) חשב את הזווית שבין SG לבין בסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 + \cos 3x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ג. סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$.

ד. סרטט את גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x

בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{x^2 - x + 1}$. נתון: $g(x) = f'(x)$.

- א. (1) מצא את משוואת הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- (3) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
- (4) הראה שהפונקציה $g(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים.

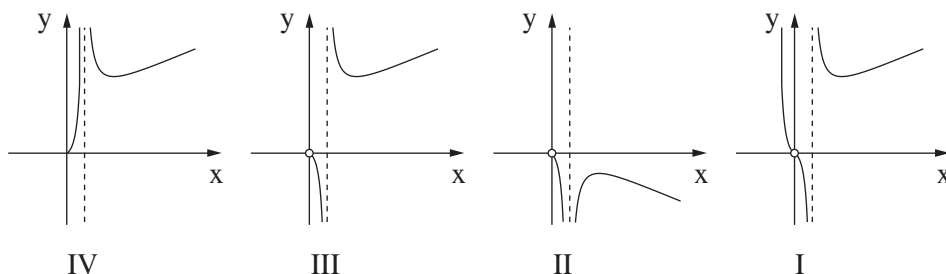
5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\ln x - a}$. $a > 0$ הוא פרמטר.

נתון: הישר $y = 2x$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = e^3$.

א. מצא את a .

הצב $a = 2$ וענה על הסעיפים ב-ג.

- ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- (3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (5) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. לפניך ארבעה גרפים, I-IV. איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.



בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 805/482

1. א. 41 שבועות. ב. 6 שבועות. ג. 384 ק"מ.

2. א. $(1) 63.61^\circ$.

(2) 8.062 ס"מ $= \sqrt{65}$ ס"מ.

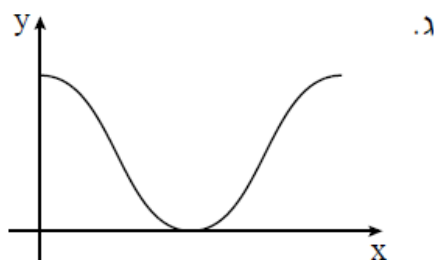
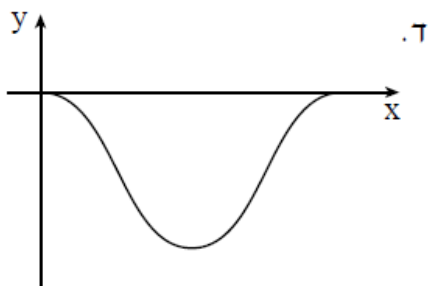
ב. $(1) 5.657$ ס"מ $= 4\sqrt{2}$ ס"מ.

(2) 2.828 ס"מ $= 2\sqrt{2}$ ס"מ.

(3) 70.667° .

3. א. $(\frac{\pi}{3}; 0)$, $(0; 2)$.

ב. $(\frac{2\pi}{3}; 2)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{3}; 0)$ מינימום, $(0; 2)$ מקסימום.



ה. $\frac{2}{3}\pi$.

בגרות חורף 2017 - שאלון 805/482

מתמטיקה, חורף תשע"ז, מס' 315,035805 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1} = a_n - 2n + 3$.

מגדירים סדרה חדשה המקיימת: $b_n = a_n + n^2$.

א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_3 = 2$.

ב. הבע את b_n באמצעות n .

ג. בסדרה b_n יש 31 איברים. חשב את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים

בסדרה זו.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: גובה הפירמידה, SO, גדול פי 1.25 מן האורך

של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

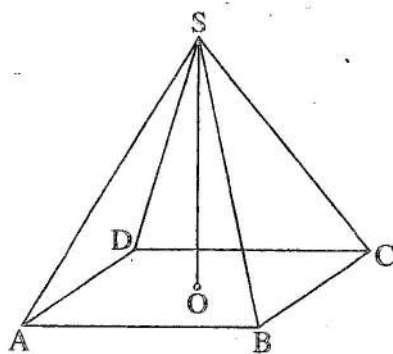
א. נפח הפירמידה הוא 360 סמ"ק.

חשב את האורך של אלכסון הבסיס.

ב. חשב את הזווית שבין מקצוע צדדי

לבין מישור הבסיס של הפירמידה.

ג. חשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.

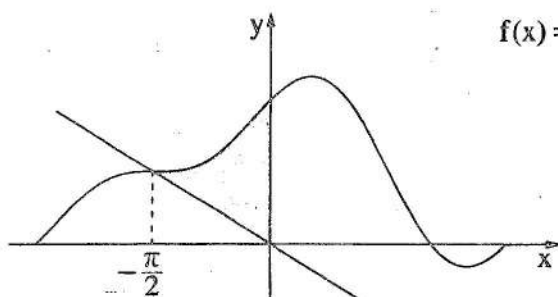


/המשך בעמוד 3/

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה – $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3. נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1$.

בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$, a הוא פרמטר.

דרך ראשית הצירים מעבירים ישר

שחותך את גרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -\frac{\pi}{2}$ (ראה ציור).

א. השטח האפור שבציור (השטח שנמצא ברביע השני

ומוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- y), שווה ל- $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

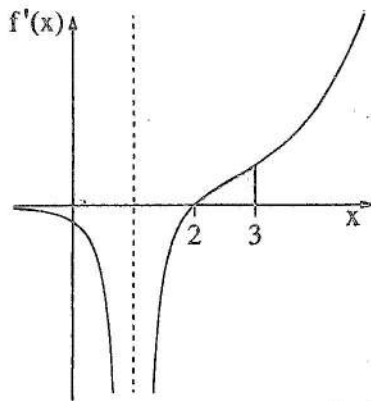
מצא את a .

הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(אפשר להסתמך על הגרף כדי לקבוע את הסוג).

ג. כמה משיקים המקבילים לציור ה- x יש לגרף הפונקציה בתחום הנתון? נמק.



4. בציר שלפניך מוצג גרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-c}$. c הוא פרמטר.

היעזר בנתונים מן הציר וענה על הסעיפים א-ד.

א. גזור את הפונקציה $f(x)$ וחשב את c .

הצב $c = 1$ וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $2 \leq x \leq 3$ (השטח האפור בציר). תוכל להשאיר e בתשובתך.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. מצא את התחום שבו גם $f(x)$ חיובית וגם $f'(x)$ חיובית.

ו. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגן.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2017 - שאלון 805/482

1. א. הוכחה ($d=4$).

ב. $b_n = 4n - 1$.

ג. 1008.

2. א. 12 ס"מ.

ב. 68.198° .

ג. 74.774° .

3. א. $a=1$.

ב. $\frac{\pi}{6}$ מקסימום, $\frac{5\pi}{6}$ מינימום.

ג. 3.

4. א. $c=1$.

ב. $x \neq 1$.

ג. $(2;1)$ מינימום.

ד. $\frac{e}{2} - 1 \approx 0.359$.

בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 805/482

מתמטיקה, קיץ תשע"ח, מס' 035482 + נספח

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון סדרות, טריגונומטריה במרחב $\frac{1}{3}$ (33 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. הסדרה a_n מוגדרת באופן הבא: $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 3$.

הסדרה b_n מוגדרת על ידי הכלל: $b_n = a_n + a_{n+1}$.

א. (1) $b_n = 2a_n + 3$.

ב. (2) הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת b_1 .

נתון: $b_1 + b_{120} = 120$.

ב. (1) חשב את m .

ב. (2) חשב את הסכום: $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$.

(סכום האיברים בסדרה b_n החל מהאיבר b_{m+1} ועד האיבר b_{2m} , כולל).

טריגונומטריה במרחב

2. ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר בציור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן: $AB = a$.

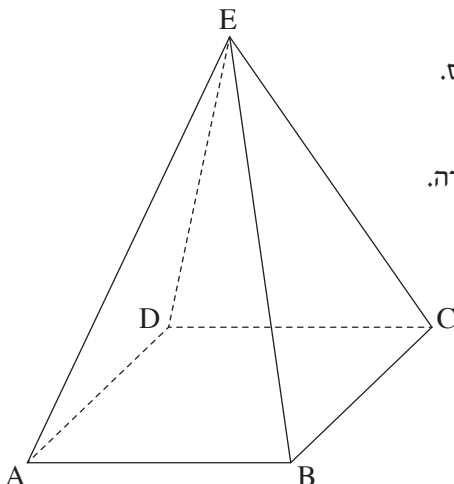
א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. הפונקציה $f'(x) = 2 \sin 2x$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(0, -2)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 6.

ב. מצא את a . פרט את חישוביך.

הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\ln(x) - 2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.

(2) לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

(5) חשב את $f(0.1)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$?

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 805/482

1. א. (1) הוכחה.

(2) הוכחה: $b_{n+1} - b_n = 6 \leftarrow d = 6, b_1 = 3$

ב. (1) $m = 20$

(2) 3,600

2. א. 63.435°

ב. 70.529°

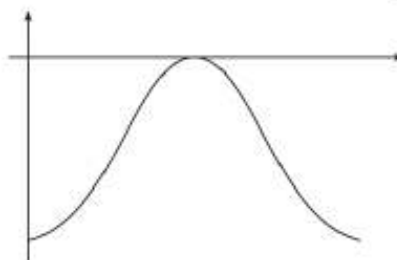
ג. 3.5

3. א. $x = 0$ מינימום קצה, $x = \frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x = \pi$ מינימום קצה.

ב. $f(x) = -\cos 2x - 1$

ג. $(\frac{\pi}{2}, 0)$

ד.



ה. π יח"ר.

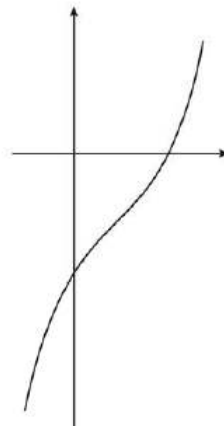
4. א. כל x .

ב. $a = 1$.

ג. (1) $(0, -8)$, $(\ln 3, 0)$.

(2) עליה: כל x , ירידה: אף x .

(3)



ד. 4 יח"ר.

5. א. $x > 0$, $x \neq e^2$.

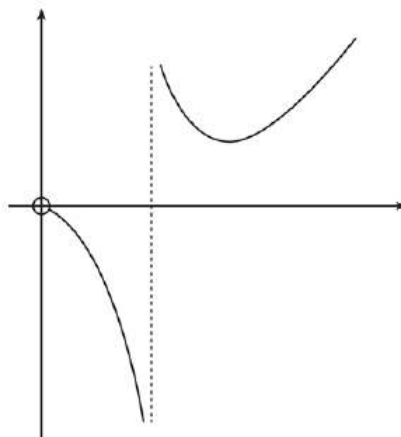
ב. (1) לא.

(2) $x = e^2$.

(3) $(e^3, 40.17)$ מינימום.

(4) עליה: $x > e^3$, ירידה: $0 < x < e^2$ או $e^2 < x < e^3$.

(5) $f(0.1) = -0.046$.



ג. $x > e^2$.

בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 805/482

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונות שתי סדרות הנדסיות אינ-סופיות, a_n ו- b_n .

המנה של הסדרה a_n היא q , והמנה של הסדרה b_n היא $3q$.

נתון: $a_1 = b_1$.

נסמן את סכום איברי הסדרה a_n ב- S ואת סכום איברי הסדרה b_n ב- T (S ו- T הם מספרים ממשיים).

נתון: $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$.

א. חשב את q .

נתון: $a_4 = 5$.

ב. חשב את b_4 .

טריגונומטריה במרחב

2. $ABCD A'B'C'D'$ היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא a (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש $A'BD$ הוא משולש שווה צלעות.

$A'M$ הוא גובה במשולש $A'BD$.

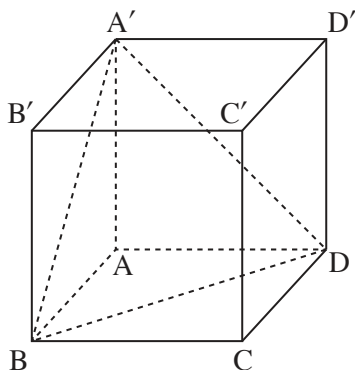
ב. חשב את גודל הזווית בין $A'M$ ובין הפאה $ABCD$.

נתון: שטח המשולש $A'BD$ הוא $8\sqrt{3}$.

ג. (1) חשב את a .

(2) $AA'BD$ היא פירמידה. חשב את שטח הפנים שלה.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \cdot \sin x + \cos(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. (1) מצא את k .

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y , על ידי הישר $y = k$

ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a - e^x}{e^{2x}}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

אם יש צורך, הבע באמצעות a .

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

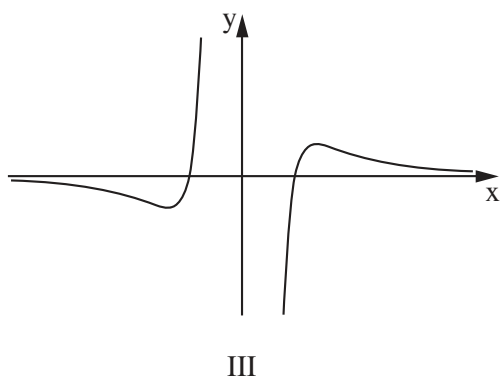
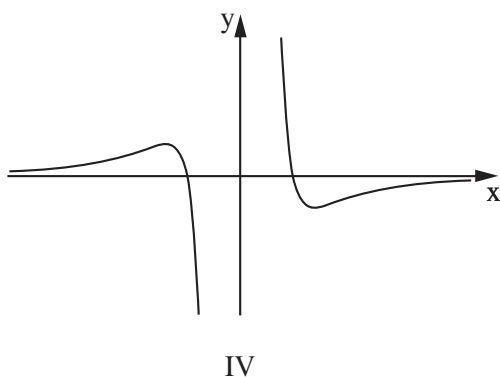
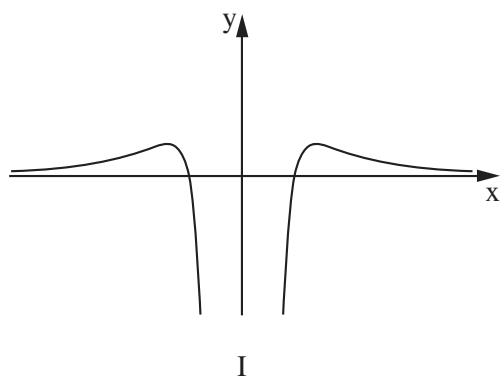
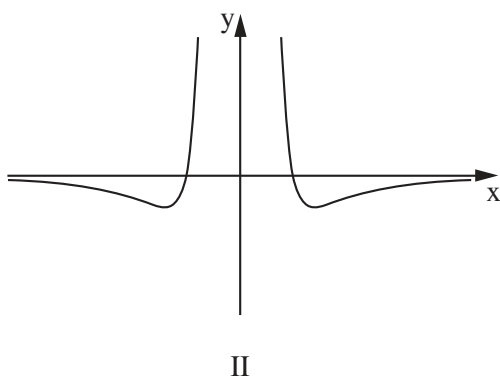
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

ד. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 (6) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
- ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV). איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.



בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 805/482

1. א. $q = \frac{1}{15}$

ב. $b_4 = 135$

2. א. חפיפת משולשים אם חישוב בעזרת משפט פיתגורס או לריבועים זהים יש אלכסונים זהים.

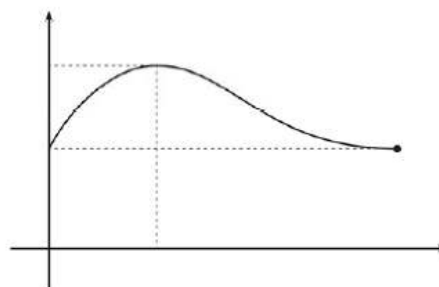
ב. 54.735°

ג. $a = 4$ (1)

(2) 37.856

3. א. $(0,1)$ מינימום, $(\frac{\pi}{2}, 1)$ מינימום, $(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2})$ מקסימום.

ב.



ג. $k = \frac{3}{2}$ (1)

(2) $\frac{3\pi}{4} - 2 = 0.356$

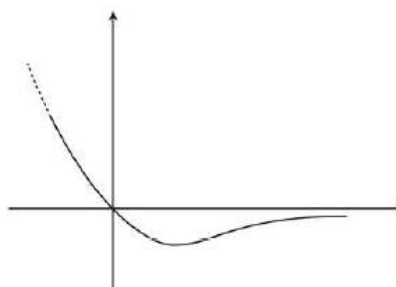
4. א. (1) כל x

(2) $(\ln a, 0)$, $(0, a-1)$

ב. $a = 1$

ג. (1) $(\ln 2, -\frac{1}{4})$ מינימום

(2)



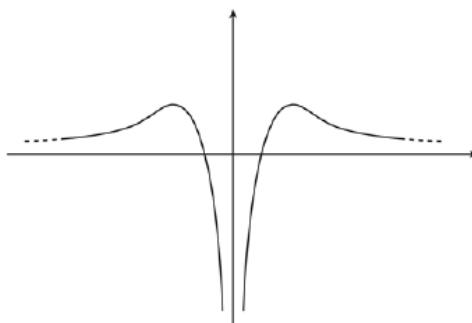
5. א. (1) $x \neq 0$.

(2) $x = 0$.

(3) $(-1, 0)$, $(1, 0)$.

(4) מקסימום $(\sqrt{e}, \frac{1}{e})$, מקסימום $(-\sqrt{e}, \frac{1}{e})$.

(5)



(6) חיוביות: $x < -1$, $1 < x$.

שליליות: $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$.

ב. גרף IV.

בגרות חורף 2018 - שאלון 805/482

מתמטיקה, חורף תשע"ח, מס' 035482, 035805, 315 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

סדרות

1. נתונה סדרה הנדסית אינסופית שכל איבריה חיוביים. האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.

א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?

ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2.

חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

טריגונומטריה במרחב

2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: $AA' = 3a$, $AB = a$.

א. (1) הבע באמצעות a את AC ואת AD' .

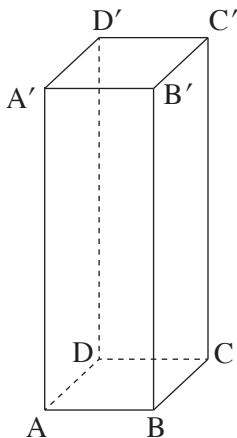
(2) הסבר מדוע $AD' = CD'$.

ב. מצא את גודל הזווית $AD'C$.

ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש $AD'C$.

$D'E$ הוא גובה במשולש $AD'C$.

ד. מצא את גודל הזווית שבין $D'E$ לבין בסיס התיבה $ABCD$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 3-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

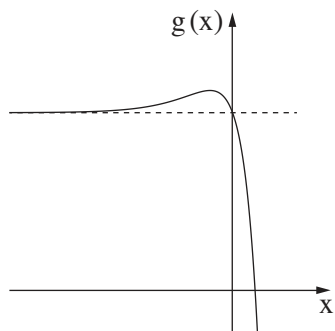
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 3 \cdot \sin(x - \frac{\pi}{2})$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

- א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים בתחום הנתון.
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.
- ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$.

- א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.



- בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2f(x)$.
- לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $y = 4$.
- ב. (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
- (2) מהי משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? נמק.
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2\ln x + 3}{3}$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

$1 < b$ הוא פרמטר.

השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי הישר $x = b$

שווה ל- $4\ln 4$.

ג. מצא את הערך של b .

בהצלחה!

פתרון בגרות חורף 2018 - שאלון 805/482

1. א. פי 3.

ב. $a_3 = \frac{3}{8}$.

2. א. (1) $AD' = a\sqrt{10}$, $AC = a\sqrt{2}$.

ב. $\angle AD'C = 25.84^\circ$.

ג. $S_{\triangle AD'C} = 2.179a^2$.

ד. 76.74° .

3. א. (1) $(0, -3)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$.

(2) מקסימום: $(\pi, 3)$, מינימום: $(0, -3)$, מקסימום: $(-\pi, 3)$.