



מאגר בחינות בגרות במתמטיקה

5 יח"ל שאלון

806/581

נערך ע"י מטיק מרכזי למידה

תוכן עניינים

- [בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 5\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 10\)](#)
- [בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 806 \(עמוד 12\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 806 \(עמוד 17\)](#)
- [בגרות חורף 2012 - שאלון 806 \(עמוד 19\)](#)
- [בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 25\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 31\)](#)
- [בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 806 \(עמוד 32\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 806 \(עמוד 37\)](#)
- [בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 39\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 44\)](#)
- [בגרות חורף 2014 - שאלון 806 \(עמוד 46\)](#)
- [פתרון בגרות חורף 2014 - שאלון 806 \(עמוד 52\)](#)
- [בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 54\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 806 \(עמוד 58\)](#)
- [בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 806 \(עמוד 60\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 806 \(עמוד 66\)](#)
- [בגרות חורף 2015 - שאלון 806 \(עמוד 68\)](#)
- [פתרון בגרות חורף 2015 - שאלון 806 \(עמוד 73\)](#)
- [בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 581/806 \(עמוד 75\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 581/806 \(עמוד 80\)](#)
- [בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 581/806 \(עמוד 82\)](#)
- [פתרון בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 581/806 \(עמוד 87\)](#)
- [בגרות חורף 2016 - שאלון 581/806 \(עמוד 89\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2016 - שאלון 581/806 \(עמוד 95\)](#)

[בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 581/806 \(עמוד 97\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 581/806 \(עמוד 102\)](#)

[בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 581/806 \(עמוד 105\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 581/806 \(עמוד 112\)](#)

[בגרות חורף 2017 - שאלון 581/806 \(עמוד 114\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2017 - שאלון 581/806 \(עמוד 120\)](#)

[בגרות קיץ 2018 מועד א' – שאלון 581/806 \(עמוד 123\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2018 מועד א' – שאלון 581/806 \(עמוד 128\)](#)

[בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 581/806 \(עמוד 130\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 581/806 \(עמוד 135\)](#)

[בגרות חורף 2018 - שאלון 581/806 \(עמוד 137\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2018 - שאלון 581/806 \(עמוד 141\)](#)

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- | | | | | | | |
|-----------|---|----------------------------|---|---------------------------|---|-------------------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות | — | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | — | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שני | — | גאומטריה וטריגונומטריה | | | | |
| | | במישור | — | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | — | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | — | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| | | סה"כ | — | | | 100 נקודות |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
- שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

המשך מעבר לדף ◀

בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 806

מתמטיקה, קיץ תשע"ב, מס' 316,035806 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. צינור הזרים לברכה 10 מ"ק מים בקצב קבוע. לאחר הפסקה של $\frac{1}{3}$ שעה הוגבר קצב ההזרמה של הצינור ב- 3 מ"ק לשעה. בקצב המוגבר הזרים הצינור עוד 20 מ"ק מים.

הזמן שהצינור הזרים את המים, כולל ההפסקה, זהה לזמן שהיה נדרש לצינור, לו הנה מזרים 30 מ"ק מים בלי הפסקה בקצב שלפני ההגברה.

א. חשב כמה זמן הזרים הצינור את המים עד ההפסקה.

ב. נתון גם כי הצינור ממלא $\frac{1}{3}$ מנפח ברכה ריקה ב- 18 שעות, כאשר הוא מזרים מים בקצב שלפני ההגברה.

שני צינורות מזרימים יחד מים לברכה הריקה באותו קצב. קצב זה קטן מהקצב המוגבר של הצינור הנתון וגדול מהקצב שלפני ההגברה.

באיזה תחום שעות יהיה הזמן שבו שני הצינורות ימלאו את הברכה?

2. נתונה סדרה המוגדרת לפי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$$

ונתונה סדרה המוגדרת לפי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} b_1 = 5 \\ b_{n+1} = b_n + 3 \end{cases}$$

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$\frac{1}{a_1 \cdot b_1} + \frac{1}{a_2 \cdot b_2} + \frac{1}{a_3 \cdot b_3} + \dots + \frac{1}{a_n \cdot b_n} = \frac{n}{2(3n+2)}$$

ב. הראה כי הסכום:

$$\frac{1}{a_{n+1} \cdot b_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2} \cdot b_{n+2}} + \frac{1}{a_{n+3} \cdot b_{n+3}} + \dots + \frac{1}{a_{2n} \cdot b_{2n}}$$

$$\cdot \frac{n}{a_{n+1} \cdot a_{2n+1}}$$

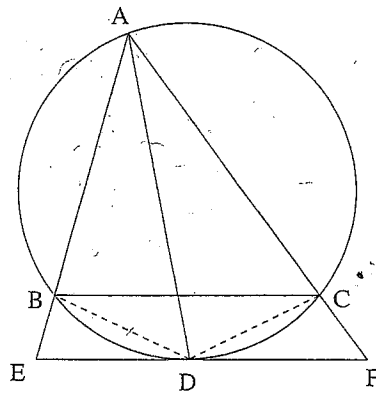
/המשך בעמוד 3/

3. א. מחלקים 2 כדורים לבנים וכדור 1 שחור בין שני כדים. בכל כד חייב להיות לפחות כדור אחד. בוחרים באקראי כד ומוציאים ממנו כדור אחד. מצא באיזה אופן צריך לחלק את הכדורים בין שני הכדים, כדי שהסיכוי להוציא כדור לבן יהיה הגדול ביותר.
- ב. בכד אחד יש 5 כדורים: 2 לבנים ו-3 שחורים.
- (1) מוציאים באקראי 5 פעמים כדור מהכד עם החזרה (בכל פעם מחזירים לכד את הכדור שהוצא).
- מהי ההסתברות להוציא בדיוק פעמיים כדור לבן?
- (2) מוציאים באקראי 6 פעמים כדור מהכד עם החזרה.
- מהי ההסתברות להוציא בדיוק 3 פעמים כדור לבן כך שהכדור הלבן השלישי יוצא בפעם השישית?
- הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 נקודות)

נה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

זים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. נתון כי במשולש AEF חוצה-זווית EAF הוא AD.

D היא נקודת ההשקה של הצלע EF

למעגל, החותך את הצלעות AE ו- AF

בנקודות B ו- C בהתאמה.

המעגל עובר גם דרך קדקוד A (ראה ציור).

הוכח:

א. $BC \parallel EF$

ב. $\triangle ABD \sim \triangle DCF$

ג. $AD \cdot BD = DF \cdot AB$

המשך בעמוד 4/

5. נתונה מקבילית ABCD.

E ו-H הן נקודות על

המשכי הצלעות CD ו-AB בהתאמה.

EH חותך את AD ואת BC

בנקודות F ו-G בהתאמה (ראה ציור).

נתון: $ED = EF$.

א. (1) הוכח כי $HG = HB$.

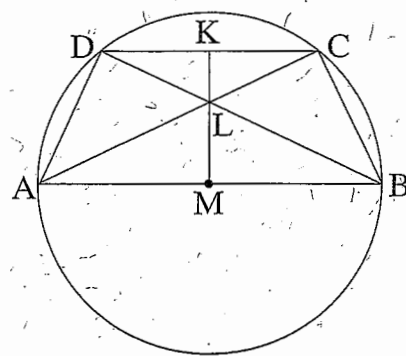
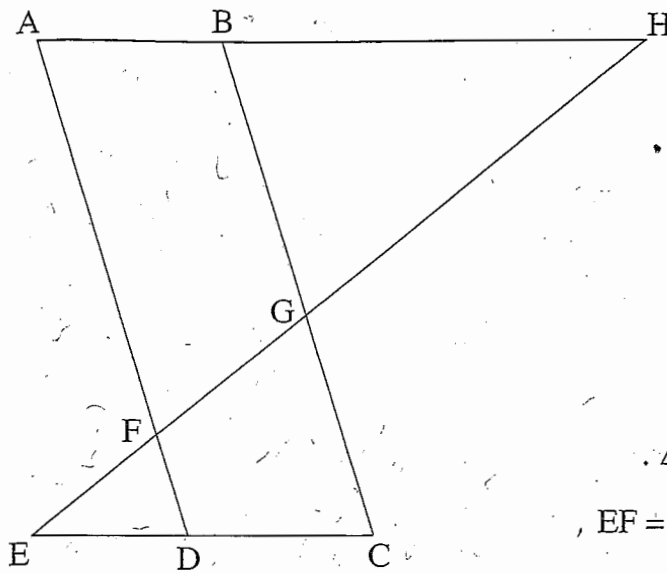
(2) הוכח כי $\triangle AGH \cong \triangle FBH$.

ב. נתון גם: $FD = 2$ ס"מ, $EF = 3$ ס"מ,

$AB = 4$ ס"מ, $BG = 7$ ס"מ.

(1) מצא את האורך של BH.

(2) מצא את היחס $\frac{AF}{GC}$.



6. טרפז שווה-שוקיים ABCD ($DC \parallel AB$)

חסום במעגל שמרכזו M.

הבסיס AB הוא קוטר במעגל זה.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה L.

המשך ML חותך את DC בנקודה K (ראה ציור).

נתון כי $\angle BAD = \alpha$.

הבע באמצעות α את היחס $\frac{KL}{LM}$.

/המשך בעמוד 5/

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה — $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, יבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. א. נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה רציונלית המקיימת:

– לפונקציה יש שלוש אסימפטוטות: $x = 4$, $x = -1$, $y = 0$

– הפונקציה מוגדרת לכל $x \neq -1$ ו- $x \neq 4$

– $f(0) > 0$

– $f(1.5) = 0$

– $f'(x) < 0$ רק עבור $-1 < x < 4$

– $f(x) < 0$ עבור $x > 4$ ו- $f(x) > 0$ עבור $x < -1$

(1) על פי הנתונים שבסעיף זה, סרטט סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) על פי הגרף שסרטטת, הראה כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש נקודת קיצון

בתחום $-1 < x < 4$, וקבע את סוגה. נמק.

אין צורך למצוא את השיעורים של נקודת הקיצון.

ב. נתון גם כי הפונקציה $f(x)$ מקיימת $f(x) = \frac{3a - 3bx}{(x^2 - ax - 4)^2}$

a ו- b הם פרמטרים.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

/המשך בעמוד 6/

8. נתונה הפונקציה $f(x) = 4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

בתחום הנתון:

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin(4x)$.

הראה כי $g'(x) = f(x)$.

(2) בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

9. ישר משיק לפרבולה $y = x^2$ בנקודה שבה $0 < x < 1$.

המשיק יוצר משולש עם ציר ה- x ועם הישר $x = 1$.

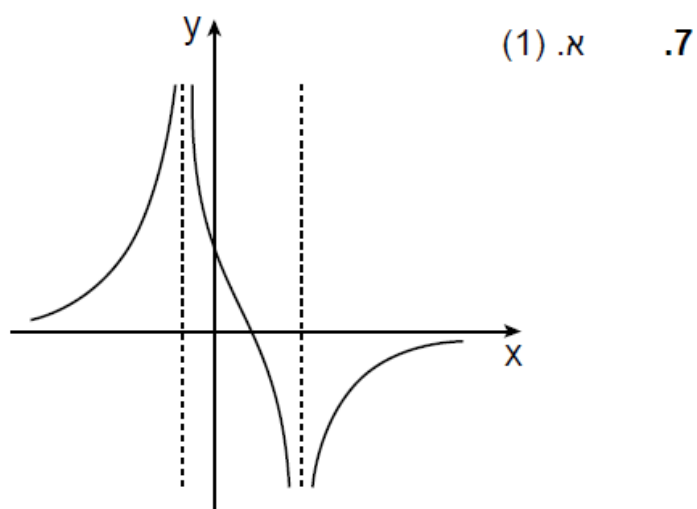
מצא את השטח המקסימלי של המשולש הנוצר באופן שתואר.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 806

1. א. $\frac{5}{6}$ שעות, כלומר 50 דקות.
ב. בין 21.6 שעות ל-27 שעות.
2. א. הוכחה. ב. הוכחה.
3. א. כד א': 1 לבן, כד ב': 1 לבן ו-1 שחור. ב. (1) $\frac{216}{625}$ (2) $\frac{432}{3125}$.
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
5. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. (1) 10.5 ס"מ. (2) $\frac{29}{14}$.
6. $-\cos 2\alpha$.



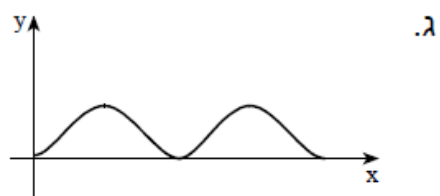
(2) קיימת נקודת קיצון מסוג מקסימום.

ב. $f(x) = \frac{9-6x}{(x^2-3x-4)^2}$

8. א. $(0;0)$, $(\frac{\pi}{2};0)$, $(\pi;0)$.

ב. $(0;0)$ מינימום, $(\frac{\pi}{4};1)$ מקסימום, $(\frac{\pi}{2};0)$ מינימום, $(\frac{3\pi}{4};1)$ מקסימום,

$(\pi;0)$ מינימום.



ד. (1) הוכחה. (2) $\frac{\pi}{2}$.

9. $\frac{8}{27}$.

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רוכב אופנוע יצא מ- A, ובאותה שעה יצא רוכב אופניים מ- B. הם רכבו זה לקראת זה ונפגשו בדרך.

רוכב האופנוע הגיע ל- B כעבור $\frac{1}{4}$ שעה מרגע הפגישה, ורוכב האופניים הגיע ל- A כעבור 4 שעות מרגע הפגישה. (מהירויות הרוכבים היו קבועות).

א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופנוע למהירות של רוכב האופניים.

ב. נתון כי המרחק בין A ל- B גדול מ- 90 ק"מ.

מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות של כל אחד מהרוכבים.

(מהירות רוכב האופנוע אינה עולה על 120 קמ"ש.)

2. נתונה סדרה הנדסית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים

$$a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_n^2 = (a_1 \cdot a_n)^n$$

ב. נתון: $a_1^4 \cdot a_6^4 = 1,048,576$

(1) חשב את גודל המכפלה $a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_6^2$

(2) נתון גם כי $a_1 = 1$

חשב את גודל המכפלה $a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_7^2$

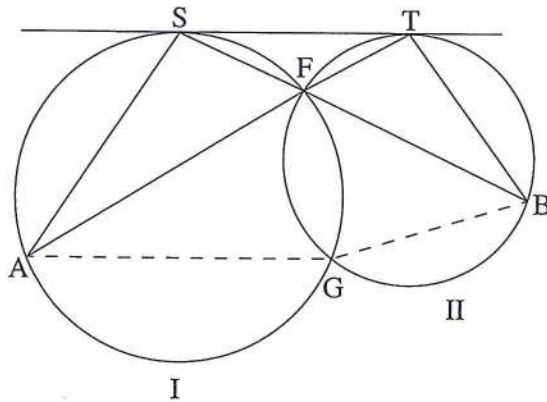
הערה: אתה רשאי להשאיר בתשובתך חזקות.

/המשך בעמוד 3/

3. נערך סקר בקרב מספר גדול של סטודנטים (בנים ובנות).
 חצי מהסטודנטים המשתתפים בסקר היו בנים.
 בסקר נמצא כי מספר הבנות הסובלות מרעש גדול פי 3 ממספר הבנים הסובלים מרעש.
 נמצא גם כי 5% מבין הבנים סובלים מרעש.
 א. ידוע כי אחד המשתתפים בסקר שנבחר באקראי, סובל מרעש.
 מהי ההסתברות שהנבחר הוא בת?
 ב. בחרו באקראי 5 סטודנטים מבין משתתפי הסקר.
 ידוע כי לכל היותר 2 מבין 5 הסטודנטים שנבחרו באקראי, סובלים מרעש.
 מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם סובל מרעש?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה — $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. שני מעגלים I ו-II נחתכים
 בנקודות G ו-F.
 הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,
 ולמעגל II בנקודה T.
 המשיך SF חותך את מעגל II
 בנקודה B, והמשיך TF חותך את
 מעגל I בנקודה A (ראה ציור).
 א. הוכח כי $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$.
 ב. (1) הוכח כי $\angle AGF = \angle SFA + \angle SAF$.
 (2) הוכח כי אם הנקודות A, G ו-B נמצאות על ישר אחד, אז $\angle SFA = 60^\circ$.

/המשך בעמוד 4/

5. הצלעות CA ו- CB של המשולש ABC משיקות

למעגל בנקודות D ו- B בהתאמה.

קוטר המעגל FB מונח על הצלע AB.

נקודה E נמצאת על הצלע AC כך ש- EF משיק למעגל (ראה ציור).

א. האם המרובע FEDB הוא בר חסימה

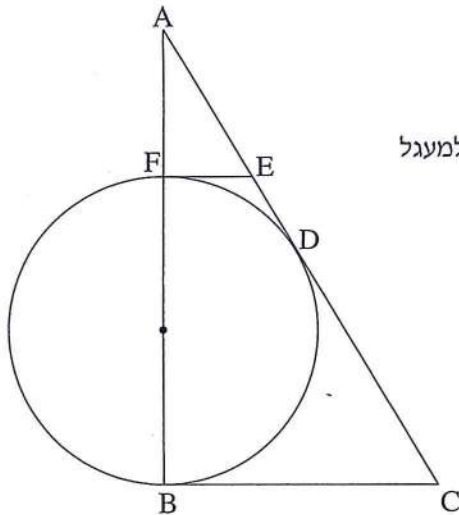
במעגל? נמק.

נתון: $EC = 15$ ס"מ, $AE = 5$ ס"מ.

ב. הוכח כי $CB + EF = ED + CD$.

ג. חשב את האורך של EF. נמק.

ד. חשב את גודל הזוויות במשולש FDB.



6. נתון מעוין ABCD. E ו- F הן נקודות

על הצלעות AD ו- AB בהתאמה

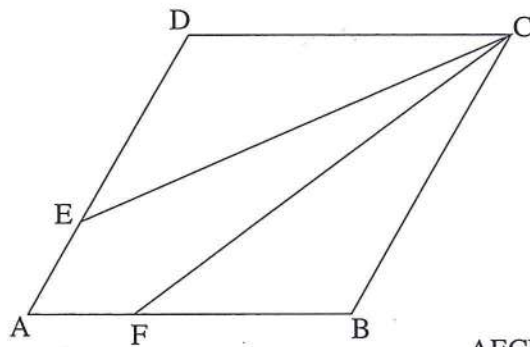
כך ש- $AE = AF$ ו- $FB = 2AF$.

נתון כי $\angle DCB = 60^\circ$.

א. מצא את גודל הזווית FCB.

ב. נתון כי אורך האלכסון AC הוא b.

הבע באמצעות b את היקף המרובע AECF.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות** (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \cos^3(3x - \pi)$, המוגדרת לכל x .

א. בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ מצא:

(1) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. (1) הוכח כי הפונקציה זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

ג. רשום את משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בתחום $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$,

ומאונכים לציר ה- y .

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-9}}$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

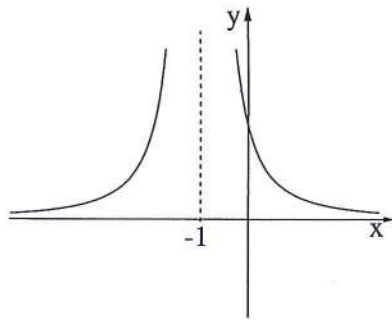
(3) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(4) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא את הסימן של האינטגרל המסוים $\int_k^t f'(x) dx$, $(k < t)$, אם נתון

כי k ו- t גדולים מ-3. נמק.



9. הפונקציה $f(x)$ היא פונקציית מנה

המוגדרת עבור $x \neq -1$.

בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$

וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי

אסימפטוטות בלבד: $x = -1$, $y = 1$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = -1$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, על פי תשובתך לסעיף א ועל פי הנתונים שבסעיף ב.

ג. נתון גם $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

a, b, c, d הם פרמטרים שונים מאפס.

(1) הבע באמצעות a את b, c, d .

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 1$

ועל ידי הצירים.

בהצלחה!

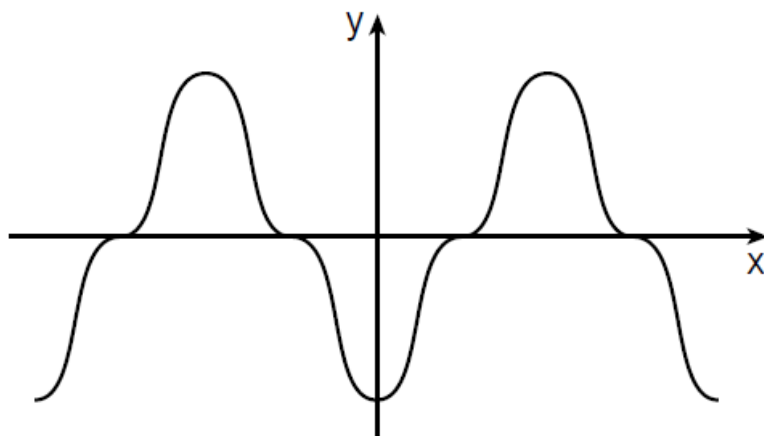
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 806

1. א. היחס הוא 4.
ב. מהירות רוכב האופנוע גדולה מ-72 קמ"ש וקטנה או שווה ל-120 קמ"ש.
מהירות רוכב האופניים גדולה מ-18 קמ"ש וקטנה או שווה ל-30 קמ"ש.
2. א. הוכחה.
ב. 2^{30} (1) 2^{42} (2).
3. א. $\frac{3}{4}$. ב. $\frac{45}{136}$.
4. א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה.
5. א. לא.
ב. הוכחה.
ג. 3 ס"מ.
ד. 26.57° , 90° , 63.43° .
6. א. 23.41° . ב. 2.063b .
7. א. (1) $(0; -1)$, $(\frac{\pi}{6}; 0)$, $(\frac{\pi}{2}; 0)$.
(2) $(0; -1)$ מינימום, $(\frac{\pi}{3}; 1)$ מקסימום, $(\frac{2\pi}{3}; -1)$ מינימום.

ב. (1) הוכחה.

(2)



ג. $y = 0$, $y = -1$, $y = 1$

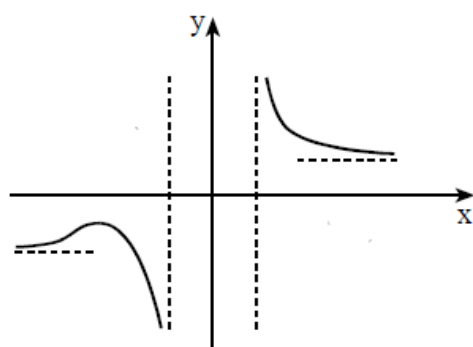
8. א. (1) $x < -3$ או $x > 3$

(2) אין.

(3) $y = -1$, $y = 1$, $x = -3$, $x = 3$

(4) עלייה: $x < -9$, ירידה: $x > 3$ או $-9 < x < -3$.

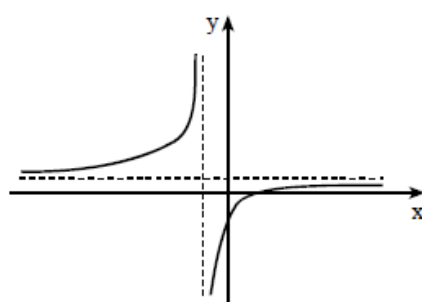
ב.



ג. הסימן הוא שלילי.

9. א. $x < -1$: $\cup$, $x > -1$: $\cap$

ב.



ג. (1) $d = a$, $c = a$, $b = -a$

(2) 1.

בגרות חורף 2012 - שאלון 806

מתמטיקה, חורף תשע"ב, מסי 035806
נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמהברתך.

1. משאית יצאה מעיר A לעיר B. בדיוק באותו רגע יצאה מכונית מעיר B לעיר A.

כאשר הגיעה המכונית ל-A היא חזרה מיד ל-B, וכאשר הגיעה ל-B היא מיד שוב יצאה ל-A.

המכונית פגשה בדרכה את המשאית שלוש פעמים, לפני שהמשאית הגיעה ל-B. הפגישה הראשונה הייתה כעבור 2 שעות מרגע היציאה של המכונית והמשאית לדרך. הפגישה השנייה הייתה כעבור $4\frac{2}{3}$ שעות מרגע היציאה. הפגישה השלישית הייתה במרחק 40 ק"מ מ-B. מצא את המהירות של המשאית. (המהירויות של המשאית והמכונית אינן משתנות).

2. א. נתונה סדרה חשבונית שבה $a_1 = 1$ ו- $d = 2$.

S_n הוא סכום n האיברים הראשונים של הסדרה.

הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל n טבעי מתקיים:

$$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

ב. נתונה סדרה המקיימת לכל n טבעי:

$$b_{n+1} = \frac{b_n}{b_n - 1}$$

$$b_{19} + b_{20} = 4.5, \quad b_{19} > 2$$

מצא את b_{10} .

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 3/

3. חברה מייצרת טלפונים ניידים חדשניים עם "מסך תלת-ממד". כדי לבדוק את הביקוש

לטלפונים אלה, ערכה החברה סקר טלפוני. בסקר השתתפו צעירים ומבוגרים.

חלק מהמשתתפים בסקר הצהירו שלא יקנו את הטלפון החדשני והשאר הצהירו שיקנו אותו.

נמצא כי 50% מהמבוגרים הצהירו כי יקנו את הטלפון החדשני.

$\frac{2}{3}$ מבין אלה שהצהירו כי לא יקנו את הטלפון החדשני, היו צעירים.

$\frac{1}{5}$ מהמשתתפים בסקר היו צעירים שגם טענו כי לא יקנו את הטלפון החדשני.

א. בסקר השתתפו 2000 איש.

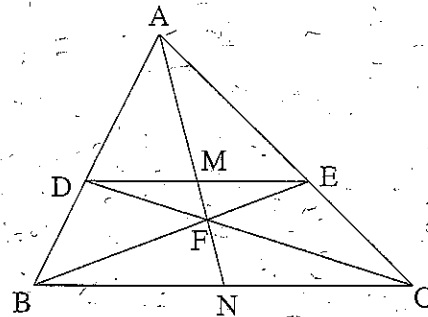
כמה צעירים השתתפו בסקר?

ב. כמה צעירים, מבין הצעירים שהשתתפו בסקר, הצהירו שיקנו את הטלפון החדשני?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33¹/₃ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה - $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. במשולש ABC הנקודות D ו-E

נמצאות על הצלעות AB ו-AC בהתאמה

כך ש- $DE \parallel BC$.

BE ו-CD נחתכים בנקודה F.

AF חותך את DE בנקודה M.

והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור).

הוכח:

א. $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$

ב. $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$

ג. $BN = CN$ ו- $DM = EM$

5. BA הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

דרך O העבירו אנך ל-BA.

המשיק למעגל בנקודה P חותך את האנך בנקודה L.

המשך המיתר AP חותך את האנך בנקודה K.

והמיתר BP חותך את האנך בנקודה M.

(ראה ציור).

א. הוכח כי $KL = LM$.

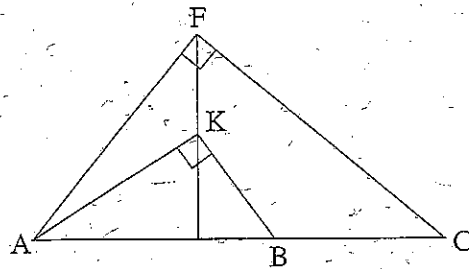
ב. נתון: $BP = 24$ ס"מ.

רדיוס המעגל הוא 13 ס"מ.

המשיק למעגל בנקודה P חותך את המשך הקוטר BA בנקודה F.

מצא את אורך הקטע AF.

/המשך בעמוד 5/



6. במשולש ישר-זווית AFC ($\angle AFC = 90^\circ$)

הנקודה K נמצאת על הגובה ליתר

כך ש- $\angle FAK = \beta$ ו- $\angle KAC = \alpha$.

B היא נקודה על היתר AC

כך ש- $\angle AKB = 90^\circ$ (ראה ציור).

רדיוס המעגל החוסם את המשולש AFC הוא R ,

ורדיוס המעגל החוסם את המשולש AKB הוא r .

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AF}{AK}$.

(2) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$.

ב. הבע באמצעות R ו- r בלבד את רדיוס המעגל החוסם את המשולש AKF .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות
טריגונומטריות** (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, יבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x} - 2}$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$, המוגדרת בתחום ההגדרה של $f(x)$.

הנגזרת של $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x) \cdot f'(x)$

מצא את תחום הירידה של הפונקציה $g(x)$. נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-a \cdot 16 \cos x}{\sqrt{16 \sin x + 9}}$ בתחום $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$

a הוא פרמטר גדול מ-0. הפונקציה מוגדרת לכל x בתחום הנתון.

א. בתחום הנתון מצא עבור אילו ערכי x:

(1) $f(x) > 0$. נמק.

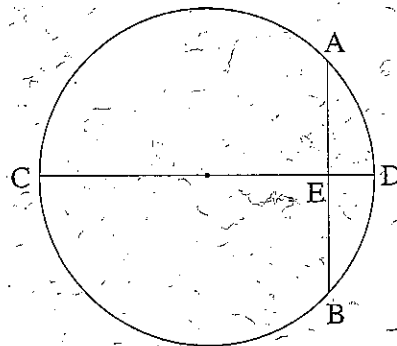
(2) $f(x) < 0$. נמק.

ב. מצא את ערך האינטגרל $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{7\pi}{6}} f(x) dx$

ג. נתון כי השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x

ועל ידי הישרים $x = -\frac{\pi}{6}$ ו- $x = \frac{7\pi}{6}$, שווה ל-8.

מצא את הערך של a.



9. CD הוא קוטר במעגל שרדיוסו R.

AB הוא מיתר במעגל המאונך לקוטר CD

וחותך אותו בנקודה E

כך ש- $CE > R$ (ראה ציור).

הבע באמצעות R את השטח המקסימלי

של המשולש ABC.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 806

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 316,035806 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. פועל I ופועל II עובדים במפעל לייצור חלקי חילוף.

שני הפועלים מבצעים יחד עבודה מסוימת.

קצב העבודה הרגיל של פועל I שונה מקצב העבודה הרגיל של פועל II.

אם כל אחד מהפועלים יגביר את קצב העבודה הרגיל שלו ב- 50%,

ההפרש בין זמן העבודה של שני הפועלים יחד בקצב הרגיל ובין זמן העבודה שלהם יחד בקצב

המוגבר יהיה $\frac{2}{15}$ מהזמן שנדרש לפועל I לבצע לבד את העבודה בקצב הרגיל שלו.

א. מצא את היחס בין הזמן שבו פועל I מבצע לבד את העבודה ובין הזמן שבו פועל II

מבצע לבד עבודה זו.

ב. העבודה ששני הפועלים מבצעים יחד היא הכנה של 300 חלקי חילוף.

הפועלים ביצעו יחד עבודה זו בקצב הרגיל שלהם ב- 6 ימים.

כמה חלקי חילוף ביום מכין לבד פועל I בקצב הרגיל שלו?

2. נתונה סדרה a_n . סכום n האיברים הראשונים בסדרה הוא:

$$S_n = n^2 - 5n + [2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2)]$$

א. מצא נוסחה לאיבר הכללי a_n בסדרה הנתונה.

ב. מתבוננים באיברים של הסדרה הנתונה, שערך כל אחד מהם קטן מ- 102.

חשב את הערך הגדול ביותר שיכול להתקבל עבור סכום מסוים של איברים כאלה

(לאו דווקא הסכום של כל האיברים).

3. הוועדה המארגנת של התחרות "נולד לשיר" מתלבטת אם ישפוט בתחרות רק שופט א'

או יצטרפו אליו שני שופטים נוספים: שופט ב' ושופט ג'.

ההצבעה של שופט א' לא תשתנה אם הוא ישפוט לבד או אם ישפוט עם האחרים.

ההצבעה של כל אחד מהשופטים אינה תלויה בהצבעה של השופטים האחרים.

אם ישפוט בתחרות רק שופט א' – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות

אם השופט יצביע בעדו.

אם ישפטו שלושת השופטים – יעבור המתחרה לשלב נוסף בתחרות

אם לפחות 2 מהשופטים יצביעו בעדו.

יוסי הוא אחד המתמודדים בתחרות. נתון כי ההסתברות ששופט א' יצביע בעד יוסי שווה

להסתברות ששופט ב' יצביע בעדו. ההסתברות ששופט ג' יצביע בעד יוסי היא 0.5.

א. האם ההסתברות, שיוסי יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפוט בתחרות רק שופט א',

שווה להסתברות שיוסי יעבור לשלב נוסף בתחרות אם ישפטו בתחרות שלושת

השופטים? נמק.

ב. לבסוף הוחלט שבתחרות ישפטו שלושת השופטים.

נתון כי ההסתברות, ששופט א' הצביע בעד יוסי אם ידוע כי יוסי עבר לשלב נוסף בתחרות,

גדולה מ- 0.8.

מצא את תחום הערכים של ההסתברות ששופט א' הצביע בעד יוסי.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. א. הוכח כי אם במשולש שני תיכונים שווים זה לזה,

המשולש הוא שווה-שוקיים.

ב. במשולש ABC הנקודות M, L, K הן

אמצעי הצלעות CA, CB ו-AB בהתאמה.

הנקודה P היא נקודת מפגש של התיכונים

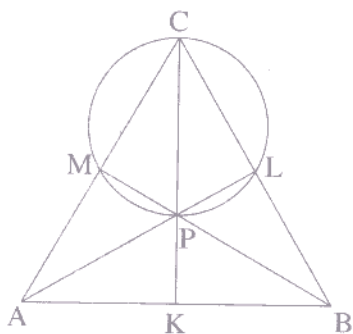
במשולש, ונתון שהיא נמצאת על מעגל העובר

דרך הנקודות M, L ו- C (ראה ציור).

נתון גם כי $AL = BM$.

(1) הוכח כי $BM \perp AC$.

(2) הוכח כי $AK = AM$.



5. מרובע AKLM חסום במעגל. AM הוא קוטר.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה F

(ראה ציור).

נתון: $ML = 30$ ס"מ, $FL = a$ ס"מ.

שטח המשולש ALK קטן פי 3

משטח המשולש ALM.

א. מצא את אורך הגובה לצלע LA

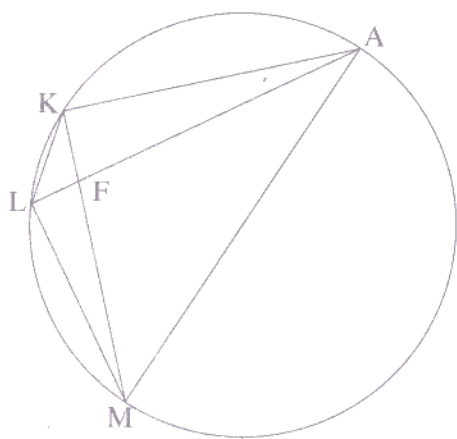
במשולש ALK.

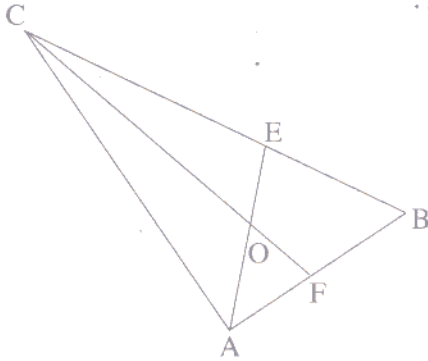
ב. הבע באמצעות a את אורך הקטע KF.

ג. הוכח כי $\triangle AFM \sim \triangle KFL$.

ד. נתון גם: 42.5 ס"מ $AF =$, $ML > a$.

מצא את a.





6. הנקודה O היא מרכז המעגל החסום במשולש ABC.

המשך AO חותך את הצלע BC בנקודה E.

המשך CO חותך את הצלע AB בנקודה F.

(ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AE}{CF}$.

ב. נתון גם: $\frac{AE}{CF} = \frac{1}{2}$, $\beta = 60^\circ$.

הראה כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACB שווה ל- $\frac{1}{2}BC$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $g(x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{7}{3}\pi$.

א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$

עם גרף הפונקציה $f(x) = \sin x$.

ג. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .

(1) מצא את האורך המקסימלי של הקטע AB.

(2) כמה קטעים כמו AB שאורכם מקסימלי מתקבלים בתחום הנתון? נמק.

8. נתונות שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 + 4x + b$$

$$g(x) = -x^2 + c$$

b ו- c הם פרמטרים גדולים מ-0.

לגרפים של שתי הפונקציות יש משיק משותף בנקודה משותפת P .

א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה P .

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי $b > 4$.

הישר $x = a$ חותך את המשיק המשותף בנקודה D , את הגרף של $f(x)$ בנקודה A

ואת הגרף של $g(x)$ בנקודה B (A, D ו- B הן שלוש נקודות שונות).

ג. הראה כי הישר PD הוא תיכון במשולש PAB .

ד. השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי המשיק המשותף

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = -a$, הוא S .

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי הגרף של $g(x)$

ועל ידי הישרים $x = a$ ו- $x = -a$.

9. נתון כי הפונקציה הזוגית $f(x) = \sqrt{8 - ax + bx^2} + c$ מוגדרת

בתחום $-2 \leq x \leq 2$ בלבד.

a, b, c הם פרמטרים, $c > 0$.

א. מצא את הערך של הפרמטר a ואת הערך של הפרמטר b .

הצב את הערך של a ואת הערך של b , וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$,

ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -\sqrt{2}$.

השטח המוגבל על ידי שני המשיקים ועל ידי ציר ה- x הוא $\frac{49\sqrt{2}}{2}$.

מצא את הערך של הפרמטר c .

ג. בתחום $-2 \leq x \leq 2$ נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = -f(x)$.

מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = \sqrt{2}$,

ומעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -\sqrt{2}$.

מהו סוג המרובע שנוצר על ידי שני הישרים המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$

ושני הישרים המשיקים לגרף הפונקציה $g(x)$? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 806

1. א. היחס הוא $\frac{3}{2}$. ב. 20 חלקי חילוף.

2. א. $a_n = 6n - 8$. ב. 884.

3. א. הסתברות שווה. ב. $0.6 < P \leq 1$.

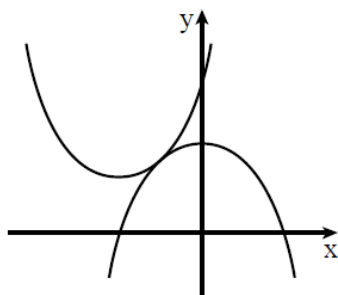
4. א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. (2) הוכחה.

5. א. 10 ס"מ. ב. $\frac{1}{3}\sqrt{a^2 + 900}$ ס"מ. ג. הוכחה. ד. $a = 7.5$.

6. א. $\frac{AE}{CF} = \frac{\sin(\alpha + \beta) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right) \sin \alpha}$. ב. הוכחה.

7. א. $\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{2\pi}{3}; 0\right), \left(\frac{5\pi}{3}; 0\right)$. ב. $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{4\pi}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{7\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. ג. (1) 1. (2) שני קטעים.

8. א. $(-1; b-3)$. ב.



ג. הוכחה. ד. 2S.

9. א. $a = 0, b = -2, c = 3$. ב. מעויין. ג.

בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 806

- 2 - מתמטיקה, תשע"ג, מועד ב', מס' 316,035806 + נספח

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. ראובן ושמעון חופרים יחד תעלה אחת ב-12 שעות. אם ראובן חופר לבד $\frac{1}{3}$ מהתעלה, ולאחר שהוא מסיים את חלקו שמעון חופר לבד את יתר התעלה, החפירה מסתיימת כעבור $23\frac{1}{3}$ שעות. כמה תעלות שלמות לכל היותר יחפור ראובן לבד בפחות מ-100 שעות? התעלות זהות לתעלה הנתונה. הספקי העבודה של שמעון ושל ראובן אינם משתנים.

2. נתונה סדרה a_n : $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ונתונה סדרת הסכומים S_n : $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$. S_n הוא סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n . סדרת הסכומים S_n מקיימת לכל n טבעי: $S_{n+1} = b \cdot S_n + 3$, $S_1 = 3$, $b \neq 0$.
א. הוכח כי הסדרה a_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא b .
ב. נתון כי $|b| < 1$.

בונים מהסדרה a_n שתי סדרות הנדסיות, I ו-II: I. $a_3, a_7, a_{11}, a_{15}, \dots$

II. $a_1, -a_3, a_5, -a_7, \dots$

T הוא הסכום של איך-סוף איברי הסדרה I,

M הוא הסכום של איך-סוף איברי הסדרה II.

הבע באמצעות b את היחס $\frac{M}{T}$. פשט את הביטוי ככל האפשר.

המשך בעמוד 3

3. מבין כל תלמידי י"ב בעיר מסוימת מאתרים תלמידים שיתאימו לקורס ייחודי. הקורס מתאים לתלמידים שיש להם יכולת טכנית. הבוחנות מאבחנות 80% מבין התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית, ומאבחנות 10% מבין התלמידים שאין להם יכולת טכנית כבעלי יכולת טכנית. מבין התלמידים שאובחנו כבעלי יכולת טכנית, אחוז התלמידים שאכן יש להם יכולת טכנית גדול פי 4 מאחוז התלמידים (בקבוצה זו) שאין להם יכולת זו.
- א. מהי ההסתברות שלתלמיד י"ב בעיר זו אכן יש יכולת טכנית?
- ב. באותה עיר כל אלה שאובחנו כבעלי יכולת טכנית השתתפו בקורס, ורק הם. בעיר יש 600 תלמידי י"ב. מבין המשתתפים בקורס לכמה תלמידים אין יכולת טכנית?

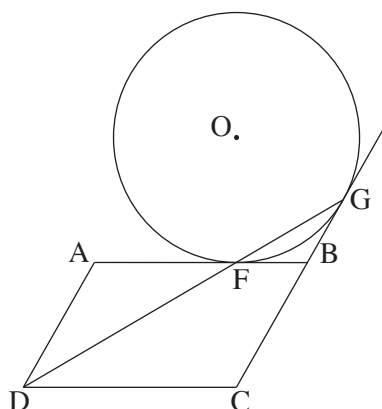
◀ המשך בעמוד 4

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4. נתונה מקבילית ABCD.



הצלע AB משיקה למעגל שמרכזו O בנקודה F.

המשך הצלע CB משיק למעגל בנקודה G

(ראה ציור).

נתון: $AF = AD$.

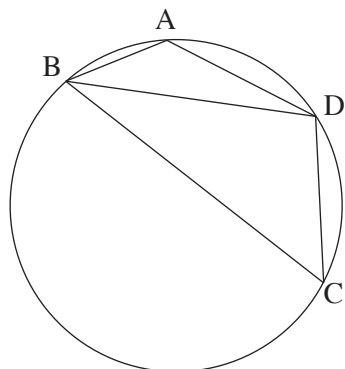
א. הוכח כי הנקודה F נמצאת על הישר DG.

ב. נתון גם: $BO = BC$, $FC \perp DC$.

(1) הוכח כי $OF = FC$.

(2) הוכח כי $FB = \frac{1}{2}BO$.

5. מרובע ABCD חסום במעגל.



המיתר BD חוצה את הזווית ABC (ראה ציור).

נתון: $AB = \sqrt{3}$, $BC = 3\sqrt{3}$,

$\angle ADC = 120^\circ$.

א. מצא את גודל הזווית ABD.

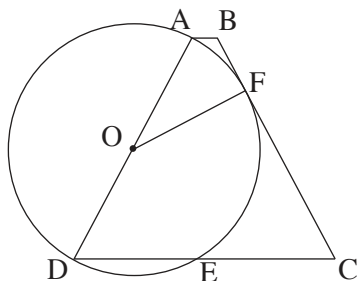
(2) מצא את אורך המיתר BD.

ב. נקודה K נמצאת על המיתר BD

כך ש- $\triangle ABK \sim \triangle DBA$ בהתאמה.

מצא את שטח המשולש ABK.

◀ המשך בעמוד 5



6. נתון טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AD = BC$).

השוק AD היא קוטר במעגל שמרכזו O.

השוק BC משיקה למעגל בנקודה F.

המעגל חותך את הבסיס DC בנקודה E (ראה ציור).

נתון: $\angle BCD = \alpha$.

א. הבע באמצעות α את גודל הזווית FOD.

ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית ODF.

(2) הבע באמצעות α את היחס $\frac{DE}{DC}$.

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה — $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - \cos \frac{x}{2}$ בתחום $2\pi \leq x \leq 5\pi$.

א. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה) בתחום הנתון.

(2) הראה כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חיובית בתחום הנתון.

(3) רק על פי התשובות לתת-סעיפים (1) ו-(2), סרטט סקיצה של

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום הנתון.

(4) כמה פתרונות יש למשוואה $f'(x) = 40$ בתחום הנתון? נמק.

ב. (1) רשום את הערך המקסימלי של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ בתחום הנתון.

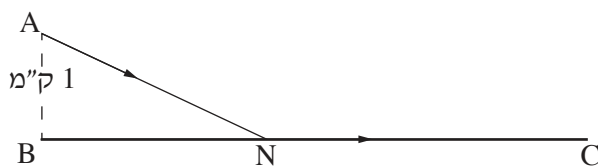
(2) האם השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ בתחום הנתון, שווה לערך של

$$\int_{2\pi}^{5\pi} (f'(x) - f''(x)) dx \quad ? \text{ נמק.}$$

המשך בעמוד 6

8. נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x , ונתונה הפונקציה $g(x)$.
- נתון: $g(x) = k + 2x$, $\int_0^1 g(x) dx = 0$, k הוא פרמטר.
- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
- ב. נתון גם כי בתחום $x \geq 0$ מתקיים: $f(x) \geq g(x)$, $f''(x) > 0$, $f(0) = k$. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $g(x)$ וסקיצה של הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \geq 0$. נמק.
- ג. בתחום $x \geq 0$ איזה שטח גדול יותר: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ והצירים או השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 1$? נמק.
- ד. נתון גם: $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + f(0)$, a הוא פרמטר, הגרף של $g(x)$ משיק לגרף של $f(x)$ בנקודה הנמצאת בתחום $x \geq 0$. מצא את הפונקציה $f(x)$.



9. דני יצא מנקודה A, הנמצאת בשדה במרחק 1 ק"מ מהכביש BC. הוא הלך בשדה בקו אלכסוני במהירות קבועה v , והגיע לכביש BC בנקודה כלשהי N (ראה ציור). דני הלך בכביש במהירות הגדולה פי $\frac{13}{12}$ מהמהירות שבה הלך בשדה, והגיע לנקודה C בכביש. המרחק בין B ל-C הוא 6 ק"מ. מהו אורך המסלול ANC אם ידוע שדני עבר אותו בזמן המינימלי?

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 806

1. א. לכל היותר 3 תעלות שלמות.

2. א. הוכחה.

ב. $\frac{M}{T} = \frac{1-b^2}{b^2}$

3. א. $\frac{1}{3}$.

ב. 40 תלמידים.

4. א. הוכחה.

ב. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

5. א. (1) 30° .

(2) 4.

ב. $\frac{3\sqrt{3}}{16}$ יח"ר.

6. א. $270^\circ - 2\alpha$.

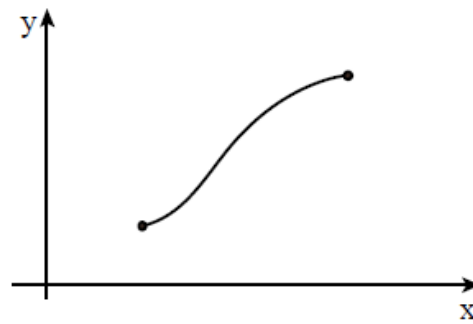
ב. (1) $\alpha - 45^\circ$.

(2) $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin(135^\circ - \alpha) \sin(\alpha + 45^\circ)} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$

7. א. (1) תחום עלייה: $2\pi < x < 5\pi$; תחום ירידה: אין.

(2) הוכחה.

(3)



(4) אין פתרונות בתחום הנתון.

ב. (1) 2.25. (2) כן.

בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 806

מתמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 035806, 316 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. משאית יצאה מעיר A, וכעבור 6 שעות מרגע יציאתה הגיעה לעיר B.
זמן מה אחרי יציאת המשאית יצאה מכונית מעיר A,
והגיעה לעיר B 2 שעות לפני המשאית.
המשאית והמכונית נפגשו כעבור שעה מרגע היציאה של המכונית.
המהירויות של המשאית ושל המכונית היו קבועות.
מצא כמה שעות אחרי רגע היציאה של המשאית יצאה המכונית (מצא את שני הפתרונות).
2. בסדרה חשבונית יש 3n איברים.
סכום n האיברים האחרונים גדול פי 2 מסכום n האיברים הקודמים להם.
א. הוכח שסכום n האיברים הראשונים הוא 0.
ב. נתון גם שסכום האיברים החמישי והשביעי הוא 0.
סכום כל איברי הסדרה הוא 726.
מצא את הפרש הסדרה.

המשך בעמוד 3 ◀

3. אבא ודני משחקים בזריקת כדור לסל. בכל משחק שני סיבובים. המנצח בסיבוב מקבל נקודה אחת. אם הסיבוב מסתיים בתיקו, כל אחד מקבל חצי נקודה. נתון: ההסתברות שדני ינצח בסיבוב היא 0.1, ההסתברות שאבא ינצח בסיבוב היא 0.2, ההסתברות שהסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.7. הסיבובים אינם תלויים זה בזה.
- א. מהי ההסתברות שאבא יצבור בשני הסיבובים יותר מנקודה אחת?
- ב. מהי ההסתברות שדני יצבור בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת?
- ג. ידוע כי דני צבר בשני הסיבובים לפחות נקודה אחת. מהי ההסתברות שאחד הסיבובים הסתיים בתיקו והאחר הסתיים בניצחון של דני?
- ד. אבא ודני משחקים 4 פעמים את המשחק שמתואר בפתיח. (בכל משחק שני סיבובים). מהי ההסתברות שדני יצבור לפחות נקודה אחת 2 פעמים בדיוק?

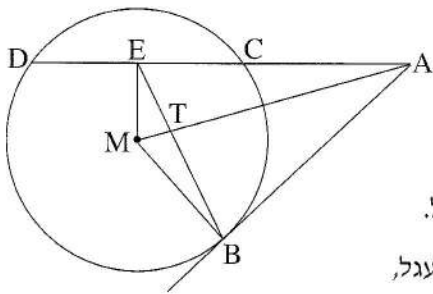
◀ המשך בעמוד 4

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. מנקודה A יוצא ישר המשיק למעגל בנקודה B, ויוצא ישר אחר החותך את המעגל בנקודות C ו-D. הנקודה E היא אמצע המיתר DC. הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור).



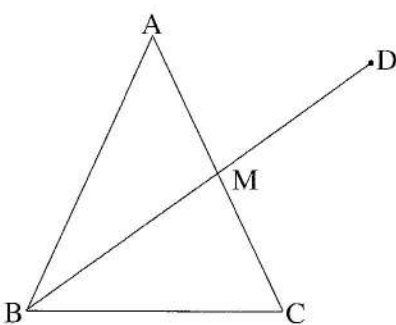
א. הוכח כי המרובע AEMB הוא בר חסימה במעגל.
 ב. אלכסוני המרובע AEMB, שהוא בר חסימה במעגל, נפגשים בנקודה T.

נתון כי הנקודה T היא מפגש התיכונים במשולש BDC.

הוכח כי $TB^2 = 2MT \cdot TA$.

ג. נתון: $TE = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ס"מ, $MT = 1$ ס"מ.

מצא את רדיוס המעגל החוסם את המרובע AEMB.



5. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$),

BM הוא תיכון לשוק (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 50^\circ$.

א. חשב את גודל הזווית הקהה AMB.

ממשיכים את BM עד הנקודה D.

נתון גם:

רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא 10 ס"מ.

רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 14 ס"מ.

ב. חשב את זווית המשולש AMD.

המשך בעמוד 5

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,**של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות****ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = 2 \sin^2 x$, $g(x) = \sin(2x)$, בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. בתחום הנתון מצא:

(1) את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

(2) את נקודות החיתוך של כל אחת משתי הפונקציות עם ציר ה- x .

ב. (1) נתונה הפונקציה $h(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$.

הראה כי $h'(x) = f(x)$.

(2) בתחום $0 \leq x \leq \pi$ מצא את השטח הכלוא בין הגרפים

של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax^2 + 9}$. a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) הראה כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות פיתול.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) הבע באמצעות a את האסימפטוטות האופקיות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא תחומי עלייה וירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

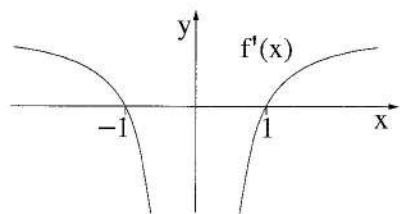
ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = -4$, שווה ל-2.

בלי לחשב את הערך של a , חשב את הערך המספרי של $f(-4)$

ואת הערך המספרי של $f(4)$.

המשך בעמוד 6



8. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$ היא $x = 0$.

נתון כי יש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = 2$

ופתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = -2$.

א. רק על פי נתוני השאלה,

סרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$. נמק.

ב. נתון גם כי פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא: $f'(x) = \frac{ax^2 - b}{ax^2}$,

a ו- b הם פרמטרים שונים מ-0.

מצא את הפונקציה $f(x)$ (בלי פרמטרים).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 806

1. שעה או שעתיים.

2. א. הוכחה.

ב. $d = 2$.

3. א. 0.32.

ב. 0.68.

ג. $\frac{7}{34}$.

ד. 0.2841.

4. א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. 3 ס"מ.

5. א. 100.56° .

ב. 40.34° , 79.44° , 60.22° .

6. א. (1) $x = \pi$, $x = \frac{\pi}{4}$, $x = 0$.

(2) $f(x) : (0;0), (\pi;0)$.

$g(x) : (0;0), (\frac{\pi}{2};0), (\pi;0)$.

ב. (1) הוכחה.

(2) $2 + \frac{\pi}{2}$.

7. א. (1) כל x .

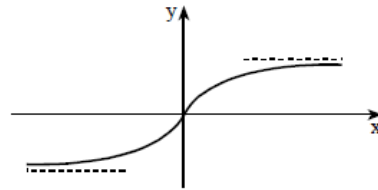
(2) הוכחה.

ב. (1) כל x .

(2) $y = -\sqrt{a}$, $y = \sqrt{a}$

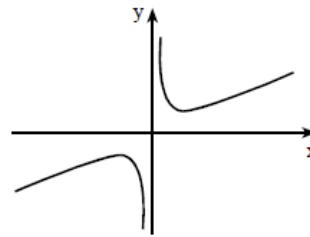
(3) עלייה : כל x ; ירידה : אין.

(4)



ג. $f(-4) = 5$, $f(4) = 5$

8. א.



ב. $f(x) = x + \frac{1}{x}$

בגרות חורף 2014 - שאלון 806

מתמטיקה, חורף תשע"ד, מס' 316,035806
+ נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נמל A ונמל B נמצאים על אותה גדה של נהר, שכיוון הזרם שלו הוא מ-A ל-B.
רפסודה הפליגה בשעה 9:00 בבוקר מנמל A אל נמל B, והיא נישאה על גבי הזרם של הנהר כך שמהירות הרפסודה היא מהירות הזרם.
באותה שעה הפליגה סירה מנמל B (נגד כיוון הזרם) לכיוון נמל A.
מהירות הסירה במים עומדים היא 15 קמ"ש.
הסירה הגיעה לנמל A, ומיד חזרה אל נמל B.
ידוע כי הרפסודה והסירה יגיעו לנמל B באותה שעה.
נתון כי הרפסודה והסירה נפגשו לראשונה כעבור 5 שעות מרגע הפלגתן.
האם הסירה והרפסודה יגיעו לנמל B עד לשעה 9:00 בערב באותו היום? נמק.
מהירות הזרם ומהירות הסירה במים עומדים הן קבועות.
הערה: בחישוביך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה,

ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 3 -.

מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$

א. הוכח כי הסדרה השלישית היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25.

מצא את n .

3. בעיר מסוימת יש תושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, יש תושבים המשתתפים

בחוג לתאטרון ויש תושבים המשתתפים בשני החוגים.

נמצא כי המאורע "תושב העיר משתתף בחוג לריקודי עם"

והמאורע "תושב העיר משתתף בחוג לתאטרון" הם מאורעות בלתי תלויים.

מספר התושבים שמשתתפים בחוג לריקודי עם גדול פי 2 ממספר התושבים שמשתתפים

בחוג לתאטרון.

מבין התושבים שמשתתפים בחוג לתאטרון, 60% משתתפים בחוג לריקודי עם.

א. מהו אחוז התושבים בעיר שמשתתפים בחוג לריקודי עם וגם בחוג לתאטרון?

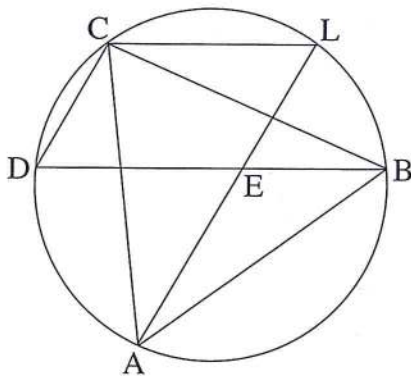
ב. יום אחד נערך בעיר כנס שהשתתפו בו כל התושבים המשתתפים בחוג לריקודי עם, ורק הם.

עיתונאי ראיון 6 משתתפים בכנס שנבחרו באקראי.

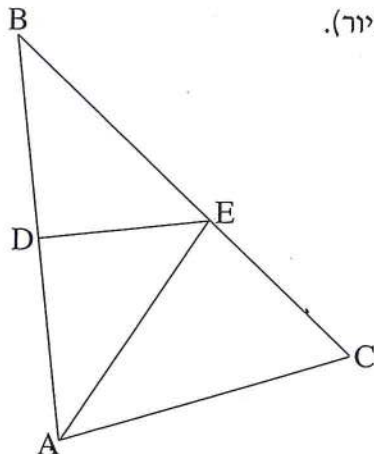
מהי ההסתברות שלפחות 2 מהם משתתפים בחוג לתאטרון?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

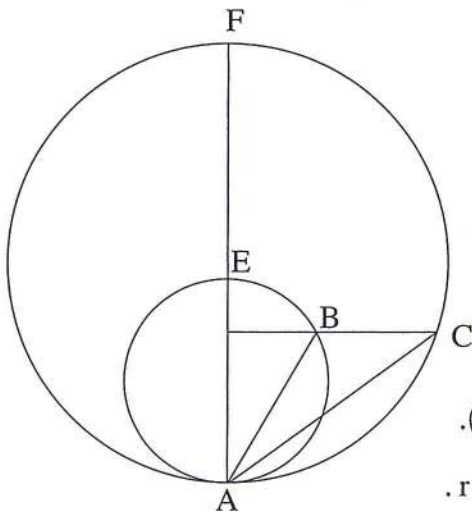
ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4. משולש שווה-צלעות ABC חסום במעגל.
נקודות D ו- L נמצאות על המעגל כך ש- $BD \parallel LC$.
המיתרים AL ו- BD נחתכים בנקודה E (ראה ציור).
א. הוכח כי המרובע LEDC הוא מקבילית.
ב. (1) הוכח כי $\triangle ADE$ הוא משולש שווה-צלעות.
(2) הוכח כי $LC + LB = LA$.



5. במשולש ABC האנך האמצעי לצלע BA חותך את הצלעות BC ו- BA בנקודות E ו- D בהתאמה (ראה ציור).
נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.
א. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle EAC$.
(2) הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{CE}{EB}$.
נתון גם: AE חוצה-זווית BAC,
 10 ס"מ $AC =$, $\beta = 40^\circ$.
ב. חשב את הרדיוס של המעגל החסום במשולש ABC.



6. שני מעגלים, גדול וקטן, משיקים מבפנים בנקודה A.

נקודה F נמצאת על המעגל הגדול כך שקטע המרכזים

של שני המעגלים נמצא על AF.

AF חותך את המעגל הקטן בנקודה E.

דרך נקודה B שעל המעגל הקטן העבירו ישר המקביל

למשיק המשותף לשני המעגלים.

המקביל חותך את המעגל הגדול בנקודה C (ראה ציור).

רדיוס המעגל הגדול הוא R, ורדיוס המעגל הקטן הוא r.

נתון: $\angle BAC = \alpha$, $\angle FAB = \beta$.

א. (1) הבע באמצעות α ו- β את $\angle BCA$. נמק.

(2) הבע רק באמצעות α ו- β את היחס $\frac{AC}{AB}$.

ב. הבע באמצעות α ו- β את היחס $\frac{R}{r}$.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ופונקציות טריגונומטריות
($33\frac{1}{3}$ נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + x - a}{x^2 - x + a}$. a הוא פרמטר גדול מ-1.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את האסימפטוטות של $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבע את סוגן.

(הבע באמצעות a במידת הצורך.)

(3) ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות בדיוק.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. בתחום $x \leq 0$, השטח המוגבל על ידי הגרף של $f'(x)$, על ידי הישר $x = -1$

ועל ידי ציר ה- x , שווה ל- $\frac{1}{2}$.

חשב את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (מצא ערכים מספריים).

/המשך בעמוד 7/

8. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) אורך השוק הוא b .

BD הוא גובה לשוק AC . DE הוא אנך לבסיס BC .

סמן $\angle BAC = 2x$, ומצא מה צריך להיות הגודל של $\angle BAC$,

כדי שאורך האנך DE יהיה מקסימלי.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

9. בטבלה שלפניך מוצגים ערכים מסוימים של הפונקציה $f(x)$ בקטע $1 < x < 2$.

x	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	1.19	1.28	1.36	1.43

הפונקציה $f(x)$ חיובית בקטע הנתון, ואין לה נקודות קיצון פנימיות בקטע זה.

נתון כי פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ שלילית בקטע הנתון.

א. קבע מהו הסימן של $f'(1.2)$. נמק.

ב. קבע אם הטענה $f'(1.1) < f'(1.2) < f'(1.3)$ נכונה. נמק.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sqrt{f(x)}$ בקטע $1 < x < 2$.

ג. בקטע הנתון מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

ד. הראה כי בתחום $1.1 \leq x \leq 1.3$ אין פתרון למשוואה $g'(x) = f'(x)$.

בהצלחה!

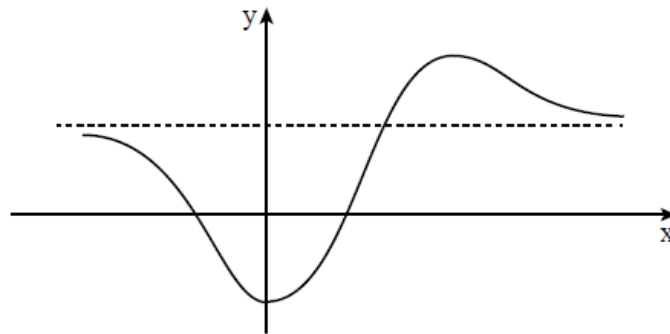
זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2014 - שאלון 806

1. לא.
הם יגיעו לנמל B 12.07 שעות לאחר יציאתם.
2. א. הוכחה.
ב. $n = 7$.
3. א. 18%.
ב. 0.579825.
4. א. הוכחה.
ב. (1) הוכחה.
(2) הוכחה.
5. א. (1) $\alpha - \beta$.
(2) $\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$.
ב. 3.42 ס"מ.
6. א. (1) $90^\circ - (\alpha + \beta)$.
(2) $\frac{\cos \beta}{\cos(\alpha + \beta)}$.
ב. $\frac{\cos^2 \beta}{\cos^2(\alpha + \beta)}$.

7. א. (1) $y=1$.

(2) $(0;-1)$ מינימום, $\left(2a; \frac{4a+1}{4a-1}\right)$ מקסימום.
(3)



ב. $(-2;0)$, $(1;0)$.

8. 109.47° .

9. א. הסימן הוא חיובי.

ב. הטענה נכונה.

ג. עלייה: $1 < x < 2$; ירידה: אין.

ד. הוכחה.

בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 806

מתמטיקה, קיץ תשע"ה, מס' 035806, 316 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. מכונית I ומכונית II יצאו באותו זמן מאותו מקום ולאותו כיוון.
המהירות של מכונית I הייתה 50 קמ"ש, והמהירות של מכונית II הייתה 40 קמ"ש.
כעבור חצי שעה מרגע היציאה של שתי המכוניות, יצאה גם מכונית III מאותו מקום ולאותו כיוון.
ברגע שמכונית III פגשה במכונית II, המרחק בין מכונית I למכונית II היה 15 ק"מ.
המהירויות של כל המכוניות היו קבועות.
א. מצא את המהירות של מכונית III.
ב. האם ייתכן שאחרי הפגישה בין מכונית III למכונית II, יהיה המרחק בין מכונית III למכונית I שווה למרחק בין מכונית II למכונית I ? נמק.
2. נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שכל איבריה חיוביים: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$.
כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא $\frac{2}{5}$ מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד אחריו.
א. מצא את המנה של הסדרה a_n .
ב. נתונה הסדרה $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.
(1) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.
(2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 20,460.
מצא את סכום כל האיברים בסדרה a_n .

יוני יוצר מספר דו־ספרתי מן הספרות שבקבוצה הנתונה באופן זה:

והספרה השנייה שהוא בוחר באקראי היא ספרת היחידות.

א. נתון כי ההסתברות שיוני ייצור מספר אי-זוגי היא $\frac{4}{7}$.

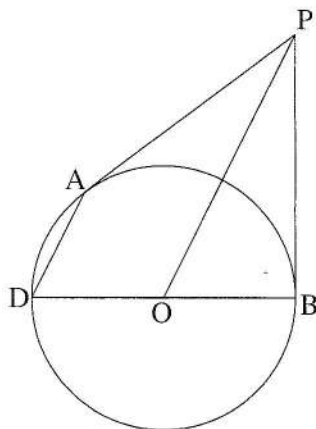
ב. אם ידוע שהמספר שנוצר הוא זוגי, מהי ההסתברות ששתי הספרות שיוני בחר הן זוגיות?

והספרה השלישית שהיא בוחרת באקראי היא ספרת היחידות.

ג. ידוע כי הספרה הראשונה שאמילי בחרה היא זוגית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



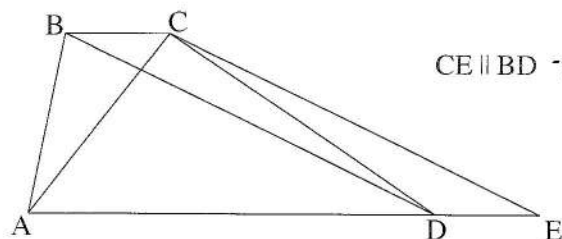
המשך BO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).

הנקודה C נמצאת על הקוטר DB כך ש- $AC \perp DB$.

PD חותך את AC בנקודה E.

ד. הוכח: $AC = 2EC$.

- 4 -



5. נתון טרפז ABCD ($BC \parallel AD$).

הנקודה E נמצאת על המשך AD כך ש- $CE \parallel BD$
(ראה ציור).

נתון: $\angle CAD = 2\angle DBC$

$$DB = 1.8AC$$

א. מצא את גודל הזווית CEA.

ב. נתון גם כי שטח המשולש ACE הוא 87.873 סמ"ר.

מצא את גובה הטרפז.

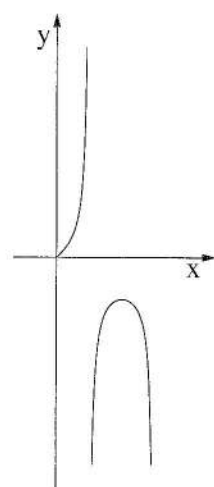
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sin x}{\cos 2x}$ ונתון התחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$
(ראה ציור).

ענה על הסעיפים א, ב רג עבור התחום הנתון.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

וקבע את סוגן על פי הציור.

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{6}$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x+2)^2}{(x-1)^3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - (4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות פיתול בלבד.
- על סמך הגרף של הפונקציה $f(x)$, ציין באיזה תחום נמצאת כל אחת מנקודות אלה.
- ג. האם השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים, גדול מ-4, קטן מ-4 או שווה ל-4? נמק.

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a^2x + a^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. הראה כי המקסימום של הפונקציה מתקבל בנקודה שבה $y > 0$.
- ב. מצא עבור איזה ערך/איזה תחום ערכים של a נקודת המינימום של הפונקציה:
 - (1) נמצאת על ציר ה- x .
 - (2) נמצאת מעל ציר ה- x .
 - (3) נמצאת מתחת לציר ה- x .
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה עבור כל אחד משלושת המקרים שבסעיף ב.
- ד. כמה פתרונות יש למשוואה $\frac{1}{3}x^3 - x + 1 = 0$? נמק.

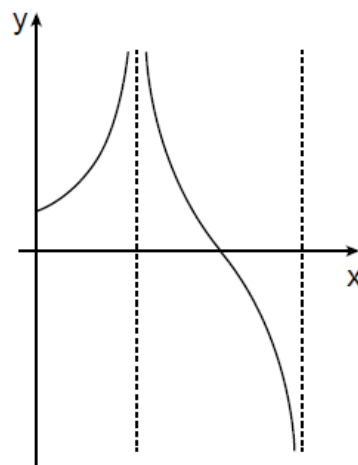
בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 806

1. א. 60 קמ"ש. ב. לא ייתכן.
2. א. $\frac{1}{2}$. ב. (1) הוכחה. מנת הסדרה b_n היא 2. (2) $\frac{1}{20}$.
3. א. 4 ספרות אי-זוגיות. ב. $\frac{1}{3}$. ג. $\frac{7}{15}$.
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. הוכחה.
5. א. 25.84° . ב. 7.845 ס"מ.
6. א. (1) $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$ או $\frac{\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{4}$. (2) $x = \frac{\pi}{4}$, $x = \frac{3\pi}{4}$.
(3) (0;0) מינימום, $(\frac{\pi}{2}; -1)$ מקסימום.

ב.

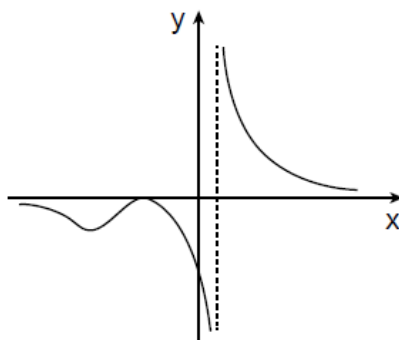


ג. 1.

7. א. (1) $x \neq 1$ (2) $x = 1$, $y = 0$ (3) $(-2; 0)$, $(0; -4)$.

(4) $(-2; 0)$ מקסימום, $(-8; -\frac{4}{81})$ מינימום.

(5)



ב. נקודת פיתול אחת נמצאת בתחום $x < -8$,

ונקודת פיתול שנייה בתחום $-8 < x < -2$.

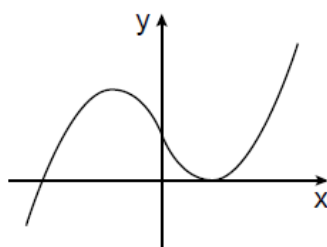
ג. השטח קטן מ-4.

8. א. שיעור ה- y בנקודת המקסימום הוא $\frac{2}{3}a^3 + a^2$.

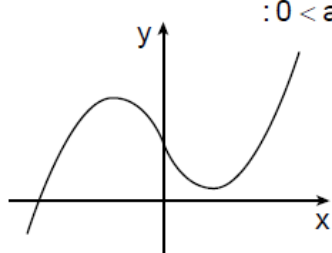
מאחר ו- $a > 0$ שיעור ה- y הוא חיובי.

ב. (1) $a = 1.5$ (2) $0 < a < 1.5$ (3) $a > 1.5$.

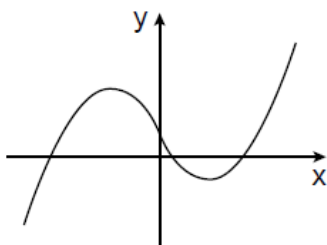
ג. עבור $a = 1.5$:



עבור $0 < a < 1.5$:



עבור $a > 1.5$:



ד. פתרון אחד.

בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 806

מתמטיקה, קיץ תשע"ה, מועד ב', מס' 316,035806 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בזמן הנסיעה באוטובוס הבחין יוסי ברגע מסוים באימא שלו, ההולכת ליד האוטובוס בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה של האוטובוס. כעבור 10 שניות מהרגע שיוסי הבחין באימו, עצר האוטובוס בתחנה, ויוסי רץ מיד כדי להשיג את אימו. מהירות הריצה של יוסי גדולה פי 2 ממהירות ההליכה של אימו, והיא $\frac{1}{7}$ ממהירות הנסיעה של האוטובוס. כל המהירויות הן קבועות.
א. כמה זמן רץ יוסי כדי להשיג את אימו?
ברגע שיוסי השיג את אימו, הם הלכו יחד 3 דקות במהירות ההליכה של אימו (בכיוון ההליכה שלה).
מיד בתום 3 הדקות רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס שירד בה. (מהירות הריצה של יוסי היא כמו בסעיף א.)
ב. כמה זמן רץ יוסי בחזרה לתחנת האוטובוס?

$$2. \quad b_{n+1} = \frac{1}{2^n \cdot b_n} \quad \text{המקיימת את הכלל}$$

א. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה מהווים סדרה הנדסית,

וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית.

ב. סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- $\frac{7}{16}$.

מצא את b_1 (מצא את שתי האפשרויות).

3. חוקר עורך מחקר על הרגלי האכילה של סטודנטים באוניברסיטה גדולה במשך יום לימודים.

חלק מהסטודנטים מביאים תמיד אוכל מהבית, והשאר אינם מביאים אוכל מהבית.

כל הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית אוכלים אותו במשך היום ואינם אוכלים בקפטריה.

הסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אוכלים בקפטריה או אינם אוכלים במשך היום.

א. נמצא כי אם בוחרים באקראי 4 סטודנטים, ההסתברות שבדיוק 2 מהם מביאים

אוכל מהבית גדולה פי 6 מההסתברות שבדיוק 1 מהם מביא אוכל מהבית.

(1) מהו אחוז הסטודנטים שמביאים אוכל מהבית?

(2) החוקר בחר באקראי 8 סטודנטים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם מביא אוכל מהבית, אבל לא כולם?

ב. נמצא כי 60% מהסטודנטים שאינם מביאים אוכל מהבית אינם אוכלים במשך היום.

(1) מהו אחוז הסטודנטים באוניברסיטה שאוכלים בקפטריה?

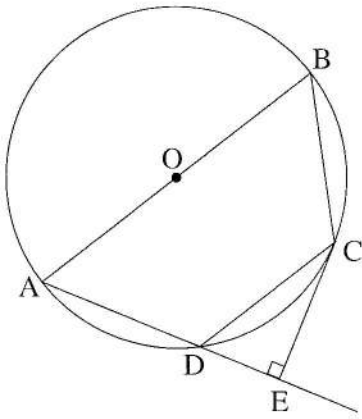
(2) מהי ההסתברות לבחור סטודנט שמביא אוכל מהבית מבין הסטודנטים שאוכלים

במשך היום?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

הצלע AB היא קוטר.

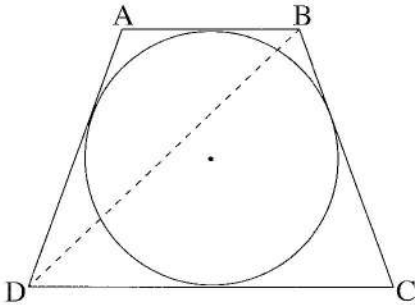
E היא נקודה על המשיך AD כך ש- $CE \perp AE$.

א. הוכח: $\triangle CDE \sim \triangle ABC$.

נתון גם: $OD \perp AC$, $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$.

ב. הוכח כי $OC \parallel AD$.

ג. הוכח כי CE משיק למעגל.



5. מעגל שרדיוסו r חסום בטרפז שווה-שוקיים ABCD

($AB \parallel DC$), כמתואר בציור.

נתון: $\angle BCD = 70^\circ$.

א. הבע באמצעות r:

(1) את הבסיס הגדול של הטרפז.

(2) את שוק הטרפז.

(3) את אלכסון הטרפז.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החסום בטרפז

ובין רדיוס המעגל החוסם את הטרפז.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$, ונתון התחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

בתחום הנתון ענה על הסעיפים א ו-ב.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית או אי-זוגית? נמק.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - a$.

(1) מצא את הערכים האפשריים של a שעבורם יש

למשוואה $f(x) - a = 0$ פתרון אחד בלבד.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ עבור כל אחד מהערכים של a שמצאת

בתת-סעיף ב (1).

7. נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}}$.

הישר $y = \frac{1}{3}x + 3$ חותך את הגרף של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ושל הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(6) הוסף לסקיצה שסרטטת בתת-סעיף ב (5) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונות שתי משוואות, I ו-II: $I. \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} = k$, $II. \sqrt{x^2 + 9} = k$.

נתון כי $k > 0$.

מצא את תחום הערכים של k שעבורם

אין פתרון למשוואה I וגם אין פתרון למשוואה II.

8. נתונה הפונקציה $f(x)$, ונתון כי כל אחת מהפונקציות $f(x)$, $f'(x)$ ו- $f''(x)$ מוגדרת בתחום $x > 0$.
- נתון גם: הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 1$, $f'(x)$ עולה בתחום $0 < x < 3$, ויורדת בתחום $x > 3$, האסימפטוטות של $f'(x)$ הן $x = 0$ ו- $y = 0$.
- א. סרטט סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- נתון גם כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אחת שמשוואתה $x = 0$.
- ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ג. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$. נמק.
- ד. הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים בטווח $y \geq 4$ ורק אותם. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ציין על ציר ה- x ועל ציר ה- y את הערכים שמצאת.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -[f(x)]^3$.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 806

1. א. 150 שניות. ב. 240 שניות.

2. א. הוכחה $(q = \frac{1}{2})$. ב. $\frac{1}{3}$ או $1\frac{1}{2}$.

3. א. (1) 80% (2) 0.8322. ב. (1) 8% (2) $\frac{10}{11}$.

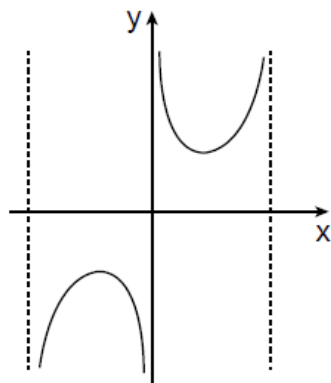
4. א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5. א. (1) $2.856r$ (2) $2.128r$ (3) $2.92r$. ב. 0.6435.

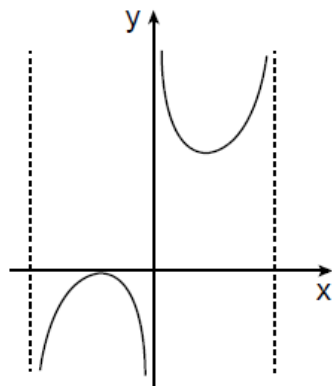
6. א. (1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ או $-\frac{\pi}{2} < x < 0$. (2) אי-זוגית.

(3) $(\frac{\pi}{4}; 2)$ מינימום, $(-\frac{\pi}{4}; -2)$ מקסימום.

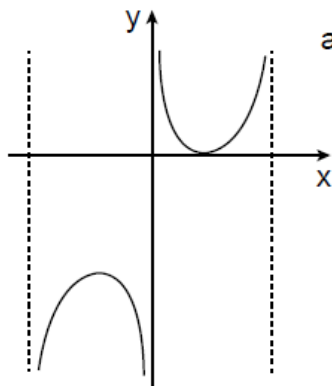
(4)



$a = -2$



ב. (1) $a = -2$, $a = 2$ (2) $a = 2$

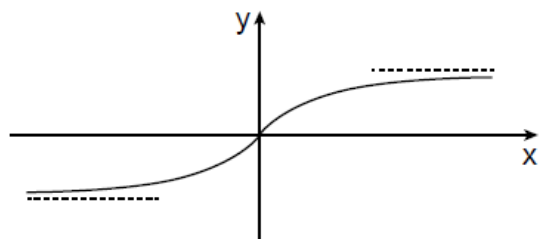


7. א. $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$

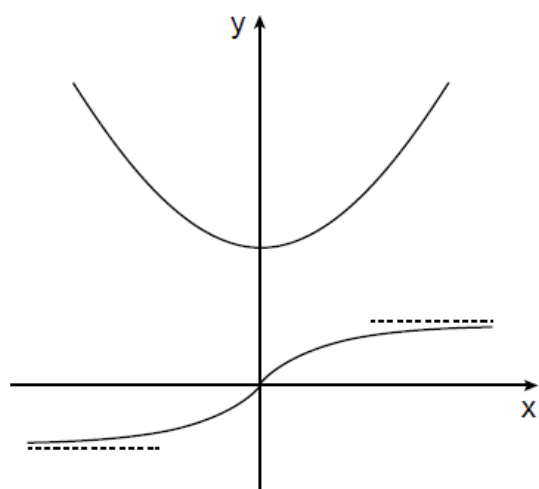
ב. (1) $f'(x)$ - כל x ; $f(x)$ - כל x (2) $y = -1, y = 1$ (3) $(0;0)$

(4) עלייה: כל x ; ירידה: אין.

(5)



(6)



ג. $1 \leq k < 3$

בגרות חורף 2015 - שאלון 806

מתמטיקה, חורף תשע"ה, מס' 316,035806
+ נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. צבעים ותיקים וצבעים מתלמידים צריכים לצבוע מספר מסוים של דלתות.
צבע אחד ותיק ו-2 צבעים מתלמידים יסיימו את הצביעה בזמן הארוך ב-25% מהזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד.
לכל צבע ותיק אותו קצב עבודה בלתי משתנה, ולכל צבע מתלמד אותו קצב עבודה בלתי משתנה. (צבע ותיק עובד מהר יותר מצבע מתלמד).
א. מצא את היחס בין הזמן שצבע מתלמד יסיים לבדו את צביעת הדלתות לבין הזמן שצבע ותיק יסיים לבדו את צביעת הדלתות.
ב. מצא כמה צבעים מתלמידים צריכים לעבוד עם צבע אחד ותיק, כדי שהם יסיימו את צביעת הדלתות במשך אותו הזמן שבו יסיימו את הצביעה 2 צבעים ותיקים וצבע אחד מתלמד.

המשך בעמוד 3

2. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $a_1 = 4$

$$a_n + a_{n+1} = 4n + 2$$

א. אם בסדרה יש 100 איברים, מצא את הסכום של שני האיברים העומדים במקומות האמצעיים בסדרה.

ב. הוכח כי איברי הסדרה העומדים במקומות אי-זוגיים מהווים סדרה חשבונית,

וגם איברי הסדרה העומדים במקומות זוגיים מהווים סדרה חשבונית.

אם בסדרה יש 101 איברים, מצא:

ג. את האיבר העומד באמצע הסדרה.

ד. את הסכום של כל איברי הסדרה.

3. ביישוב גדול $\frac{1}{3}$ מהתושבים הם נשים, והשאר הם גברים.

מבין התושבים בוחרים באקראי שתי קבוצות:

קבוצה של 4 אנשים (נשים / גברים) לריאיון ברדיו

וקבוצה של 4 אנשים (נשים / גברים) לריאיון בטלוויזיה.

א. מהי ההסתברות שבכל קבוצה יש בדיוק 2 גברים?

ב. ידוע כי בקבוצה שנבחרה לריאיון ברדיו היו לכל היותר 2 גברים.

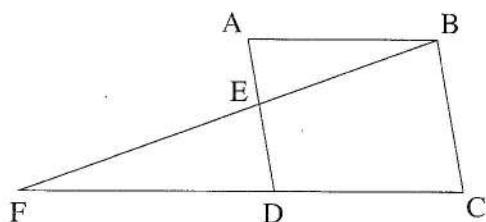
מהי ההסתברות שהיו בקבוצה זו בדיוק 2 גברים?

המשך בעמוד 4 ◀

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD.

המשך BE חותך את המשך CD בנקודה F (ראה ציור).

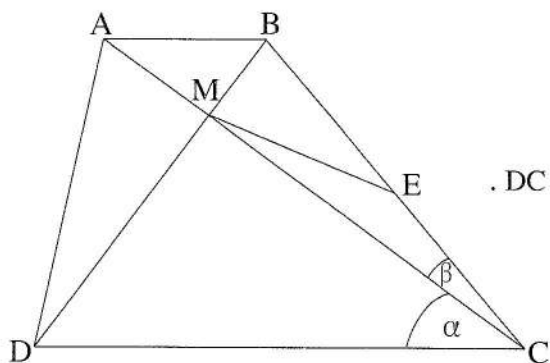
נתון: שטח המשולש ABE הוא 27 סמ"ר.

שטח המשולש DFE הוא 48 סמ"ר.

א. מצא את שטח המשולש BED.

ב. נתון גם כי המרובע BCDE הוא בר חסימה במעגל.

מצא את היחס $\frac{AB}{EF}$.



5. אלכסוני הטרפז ABCD מאונכים זה לזה.

ונפגשים בנקודה M.

E היא אמצע השוק BC (ראה ציור).

נתון: $\angle ACD = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $DC = a$.

א. הבע באמצעות a , α ו- β .

את האורך של ME.

נתון: $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{1}{3}$, $a = 6.6$ ס"מ.

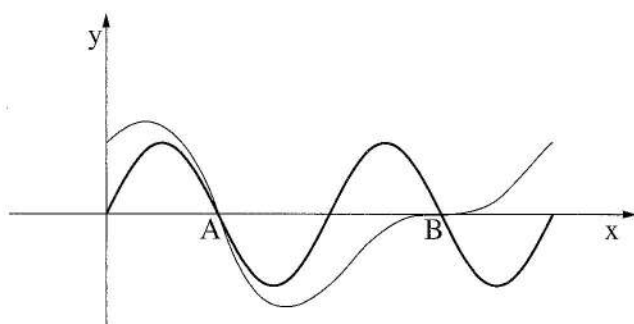
ב. מצא את האורך של AB.

נתון גם: $BM = 1.3$ ס"מ.

ג. מצא את הזווית DCB.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות**
(40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



6. נתונות שתי פונקציות:

$$f(x) = 0.5 \sin(2x) + \cos x$$

$$g(x) = \sin(2x)$$

$$\text{בתחום } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

בתחום הנתון

הגרפים של הפונקציות

נפגשים בשתי נקודות, A ו-B,

הנמצאות על ציר ה-x, כמתואר בציור.

א. דרך נקודה על ציר ה-x, הנמצאת בין הנקודות A ו-B, מעבירים אנך לציר ה-x.

האנך חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות M ו-N.

מצא את האורך המקסימלי של הקטע MN.

ב. דרך נקודה על ציר ה-x, הנמצאת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, מעבירים אנך לציר ה-x.

האנך חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בנקודות K ו-L.

מצא את האורך המקסימלי של הקטע KL.

- 6 -

7. נתונות הפונקציות: $f(x) = \sqrt{\frac{x}{1+x^2}}$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 2}}$$

א. מצא עבור כל אחת מהפונקציות:

(1) את תחום ההגדרה.

(2) את האסימפטוטות המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) את השיעורים של נקודות הקיצון (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה אחת בלבד.

ג. נתונה הפונקציה $h(x) = g(x) - k$, $k > 0$.

עבור אילו ערכים של k אין לפונקציה $h(x)$ נקודות חיתוך עם הפונקציה $f(x)$? נמק.

8. נתון כי הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מקיימות $\int_0^3 \frac{f'(x)}{2 \cdot \sqrt{f(x)}} dx = 3$

נתון גם: $f(0) = 1$, $f'(x) = kx + 2$. k הוא פרמטר.

א. מצא את הערך המספרי של $f(3)$, ומצא את הפונקציה $f(x)$ (בלי פרמטרים).

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

(1) הראה כי $g(x) = |x + 1|$.

(2) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

פתרון בגרות חורף 2015 - שאלון 806

1. א. יחס הזמנים הוא 2. ב. 3 צבעים מתלמידים.

2. א. $a_{50} + a_{51} = 202$. ב. $a_{n+2} - a_n = 4$. ג. $a_{51} = 104$. ד. $S_{101} = 10,304$

3. א. $\frac{64}{729}$. ב. $\frac{8}{11}$

4. א. 36 ס"מ.ר. ב. $\frac{AB}{EF} = \frac{3}{4}$

5. א. $\frac{a \cos \alpha}{2 \cos \beta}$. ב. 2.2 ס"מ. ג. 49.94°

6. א. $\frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1.299$. ב. 1

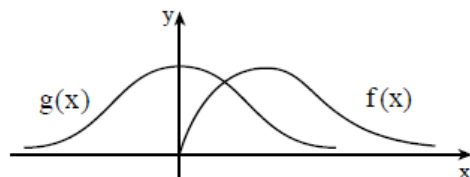
7. א. (1) $f(x)$: $x \geq 0$, $g(x)$: כל x

(2) $f(x)$: $y = 0$, $g(x)$: $y = 0$

(3) $f(x)$: מינימום, $(0; 0)$, מקסימום, $\left(1; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$g(x)$: מקסימום, $\left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

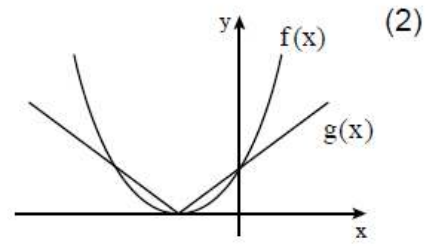
ב.



ג. $k > \frac{1}{\sqrt{2}}$

8. $f(x) = x^2 + 2x + 1$, $f(3) = 16$. κ

9. $g(x) = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$ (1) . α



בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 806/581

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מס' 035806, 316 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שתי מכוניות יצאו באותו זמן מעיר א' לעיר ב'.
המרחק בין שתי הערים הוא 300 ק"מ.
המכונית הראשונה נסעה במהירות הגדולה ב' 25 קמ"ש מהמהירות של המכונית השנייה.
כעבור 1.5 שעות מרגע היציאה מעיר א', הקטינה המכונית הראשונה את מהירותה
לחצי ממהירותה הקודמת, והגיעה לעיר ב' $\frac{1}{2}$ שעה אחרי המכונית השנייה.
א. מצא את המהירות של המכונית השנייה אם ידוע שמהירותה גדולה מ' 60 קמ"ש.
ב. מצא כעבור כמה שעות מרגע היציאה מעיר א' ולפני שהמכונית השנייה השיגה את
המכונית הראשונה, היה המרחק בין שתי המכוניות 12.5 ק"מ
(מצא את שתי האפשרויות).

2. נתונה סדרה חשבונית a_n המקיימת: $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$.
א. מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה a_n .

הסדרה S_n היא סדרת הסכומים החלקיים של הסדרה a_n : $S_1, S_2, S_3, \dots$
נתון כי $S_n = n \cdot a_n$ לכל n טבעי.

ב. הראה כי הפרש הסדרה a_n הוא 0.

ג. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את a_1 .

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל: $b_{n+1} - b_n = a_n + S_n$ לכל n טבעי.

ד. היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא את הסכום

$$(b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + (b_4 - b_3) + \dots + (b_{20} - b_{19})$$

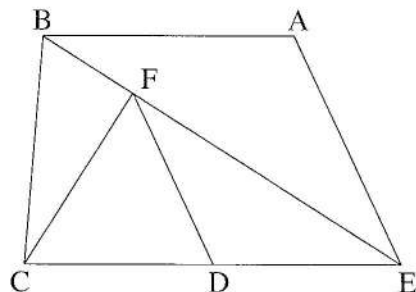
המשך בעמוד 3

3. במבחן כניסה למכללה 20% מן הנבחנים היו מקיבוצים.
 40% היו ממושבים ו- 40% היו מערים.
 70% מן הנבחנים הצליחו במבחן.
 $\frac{1}{8}$ מן הנבחנים שהיו ממושבים נכשלו במבחן.
 ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מעיר וגם הצליח במבחן, גדולה פי 2.5 מן ההסתברות לבחור באקראי מבין כל הנבחנים נבחן שהיה מקיבוץ וגם הצליח במבחן.
 א. מבין הנבחנים שנכשלו במבחן, מהי ההסתברות לבחור באקראי נבחן שלא היה מעיר?
 ב. (1) משה הצליח במבחן.
 מהי ההסתברות שהוא לא היה ממושב?
 (2) חמישה נבחנים הצליחו במבחן.
 מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם היה ממושב?

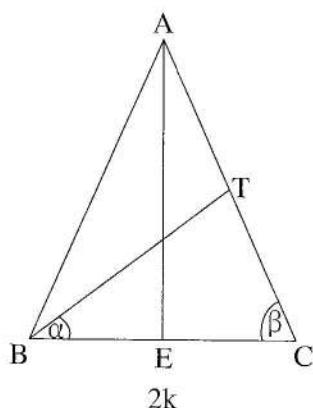
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתון טרפז $ABCE$ ($AB \parallel EC$) הנקודה F נמצאת על האלכסון BE כך ש- $CF \perp BE$. הנקודה D היא אמצע הבסיס CE (ראה ציור). נתון: $\angle CEB = \angle AEB$
 $ED = 3a$, $EA = 4a$
 א. הוכח כי $\triangle EAB \sim \triangle EDF$.
 ב. נתון כי שטח המשולש EAB הוא S . הבע באמצעות S את שטח המשולש CEF .
 ג. המשך DF חותך את AB בנקודה G . הבע באמצעות S את שטח המשולש BFG .



5. נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).

AE הוא גובה לבסיס BC ,

ו- BT הוא תיכון לשוק AC (ראה ציור).

נתון: $\angle TBC = \alpha$, $\angle ACB = \beta$, $BC = 2k$,

א. (1) הבע את האורך של TC באמצעות k ו- β בלבד.

(2) היעזר בתת-סעיף א(1), והראה כי

$$\sin(\alpha + \beta) = 4 \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

ב. נתון גם: $TE = 5$ ס"מ, $k = 4$ ס"מ.

(1) מצא את β .

(2) מצא את α .

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - \sin(2x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$.

ענה על הסעיפים שלפניך עבור התחום הנתון.

א. מצא את השיפוע הגדול ביותר ואת השיפוע הקטן ביותר של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. (1) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^3 + 2ax}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 4}}$.

a הוא פרמטר גדול מ-0.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.
 - ג. השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, שווה ל-4. מצא את הערך של a.
 - ד. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $f(x) = g'(x)$. אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ היא נקודה שבה $x = 0$.
- (1) הראה כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = 2x^2$.
- (2) מצא את התחום שבו מתקיים $f(x) > g(x)$.

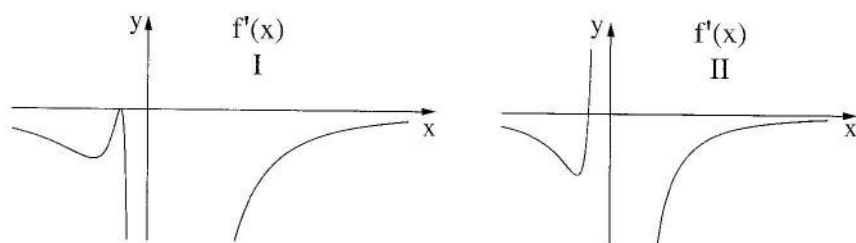
המשך בעמוד 6 ◀

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$, n הוא מספר טבעי גדול מ-1.

א. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. הראה כי עבור n אי-זוגי $f'(x) \leq 0$ לכל $x \neq 0$.

לפניך שני גרפים, I ו-II. (בגרפים מוצגות כל נקודות הקיצון).



אחד הגרפים מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור n זוגי,

והגרף האחר מייצג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור n אי-זוגי.

היעזר בגרפים I ו-II, וענה על הסעיפים ג, ד, ו-ה.

ג. עבור n אי-זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

ד. עבור n זוגי:

(1) מצא כמה נקודות קיצון (אם יש כאלה) יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

(2) מצא כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$. נמק.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונות הפונקציות: $g(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3$, $h(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^4$.

מהו הסימן של המכפלה $g''(x) \cdot h''(x)$ עבור $x > 0$? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 806/581

1. א. 75 קמ"ש. ב. $\frac{1}{2}$ שעה, 2.5 שעות.

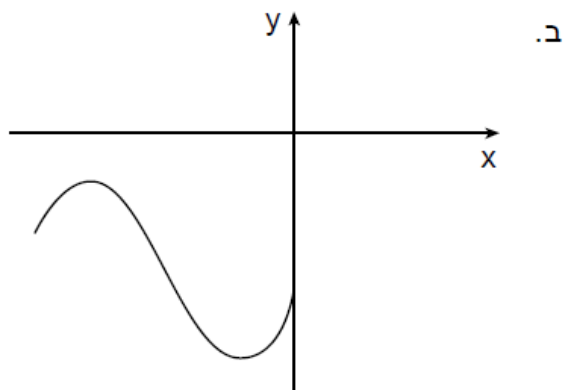
2. א. 1,064. ב. הוכחה. ג. $a_1 = 56$. ד. 11,704.

3. א. $\frac{1}{2}$. ב. $\frac{1}{2}(1)$. $\frac{31}{32}(2)$.

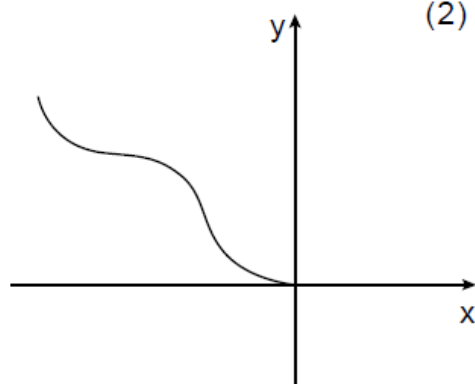
4. א. הוכחה. ב. $\frac{9}{8}S$. ג. $\frac{1}{16}S$.

5. א. $TC = \frac{k}{2\cos\beta}$. (2) הוכחה. ב. $\beta = 66.42^\circ$ (1). $\alpha = 37.37^\circ$ (2).

6. א. השיפוע הגדול ביותר -0.886 ; השיפוע הקטן ביותר -2.255.



ג. (1) $-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{5\pi}{12}$; $-\frac{\pi}{12} < x < 0$; $-\frac{5\pi}{12} < x < -\frac{\pi}{12}$: $\cap$; (2)



7. א. כל x . ב. אי-זוגית. ג. $a = 4$. ד. (1) הוכחה. (2) $0 < x < 2$.

בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 806/581

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מועד ב', מס' 035806, 316 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שני הטכנאים גל ודני עבדו בהרכבת מחשבים. קצב העבודה של כל אחד מהם קבוע.

א. ביום העבודה הראשון הרכיבו שני הטכנאים אותו מספר של מחשבים.

גל התחיל לעבוד בשעה 8:00, וסיים לעבוד בשעה 15:00.

דני התחיל לעבוד לאחר השעה 8:00 ולפני השעה 9:00, וסיים לעבוד בשעה 13:00.

ידוע שגל ודני הרכיבו אותו מספר של מחשבים מהרגע שכל אחד מהם התחיל לעבוד ועד השעה 9:00.

כמה זמן אחרי השעה 8:00 התחיל דני לעבוד?

ב. ביום העבודה השני, התחילו גל ודני לעבוד באותה שעה וסיימו לעבוד באותה שעה.

ביום זה הם הרכיבו סך הכל יחד את אותו מספר מחשבים שהרכיבו יחד ביום העבודה הראשון.

כמה זמן עבדו הטכנאים ביום העבודה השני?

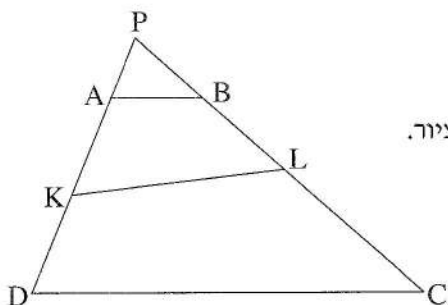
המשך בעמוד 3

2. נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים. הפרש הסדרה הנתונה הוא 3 ,
- א. בין כל שני איברים עוקבים הכניסו איבר אחד נוסף, ונוצרה סדרה חשבונית חדשה.
- (1) הראה כי היחס בין סכום האיברים בסדרה החדשה לסכום האיברים בסדרה הנתונה הוא $\frac{2n-1}{n}$.
- (2) נתון כי היחס שמופיע בתת-סעיף (1) שווה ל-1.9 .
- סכום של כל האיברים שהכניסו לסדרה הנתונה הוא 130.5 .
- מצא את האיבר הראשון בסדרה הנתונה.
- ב. יוצרים סדרה חשבונית נוספת על ידי הכנסת k איברים בין כל שני איברים עוקבים של הסדרה הנתונה. הבע באמצעות k את הפרש הסדרה המתקבלת.
3. שחמט הוא משחק בין שני שחקנים שיכול להסתיים בניצחון של אחד מהם או בתיקו.
- יעל ואנה משחקות זו מול זו בטורניר שחמט בשני סבבים.
- ההסתברות של כל אחת מן השחקניות לנצח במשחק בודד היא קבועה בכל הטורניר.
- א. בסבב הראשון יש 4 משחקים. ההסתברות שיעל תנצח ב-2 משחקים או ב-3 משחקים גדולה פי 10 מן ההסתברות שיעל תנצח ב-4 משחקים.
- חשב את ההסתברות שיעל תנצח במשחק בודד.
- בסבב השני יש 2 משחקים.
- ההסתברות שתוצאת הסבב השני תהיה שוויון – היא 0.34 .
- ב. מהי ההסתברות שאנה תנצח במשחק בודד?
- ג. חשב את ההסתברות שאנה תנצח במשחק השני, אם ידוע שתוצאת סבב זה היא שוויון.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. נתון משולש PDC.

הנקודות B ו-L מונחות על הצלע PC.

הנקודות A ו-K מונחות על הצלע PD, כמתואר בציור.

נתון כי המרובע ABLK הוא בר-חסימה במעגל.

וגם המרובע KLCD הוא בר-חסימה במעגל.

א. הוכח: $AB \parallel DC$.

נתון: $PA = 3$ ס"מ, $PB = 4$ ס"מ.

שטח המשולש ABP הוא S סמ"ר.

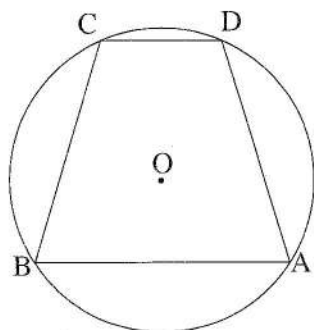
שטח המרובע ABCD הוא 24S סמ"ר.

ב. האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCD? נמוק.

ג. מצא את אורך הצלע PD.

ד. נתון גם: $BL = 5$ ס"מ.

היעזר בדמיון משולשים והבע באמצעות S את שטח המרובע KLCD.



5. במעגל חסום טרפז ABCD ($AB \parallel DC$).

מרכז המעגל O בתוך הטרפז (ראה ציור).

רדיוס המעגל הוא R וגובה הטרפז הוא h.

נתון: $\angle BOA = 3\alpha$, $\angle COD = \alpha$.

א. הבע באמצעות α את $\angle DAB$.

ב. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות α ו-R.

ג. הבע את האורך של שוק הטרפז באמצעות α ו-h.

ד. נתון כי שטח המשולש COD הוא $\frac{h^2}{12 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$. מצא את α .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2\cos^2 x - 1}{2\cos^2 x}$

א. בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x (אם יש כאלה).

(3) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x (אם יש כאלה).

(4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

וקבע את סוגן.

ב. בתחום $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$:

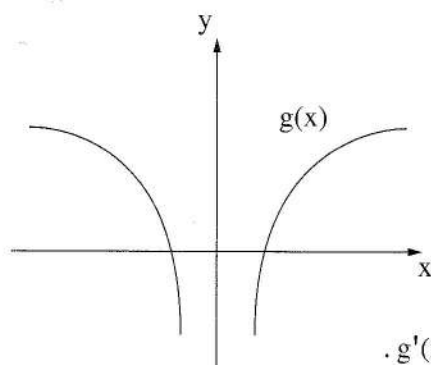
(1) הראה שפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח ברביע הראשון המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

7. בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.



הפונקציות $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$

מוגדרות לכל x השונה מ-0,

ואין להן נקודות קיצון או נקודות פיתול.

הישר $x = 0$ הוא האסימפטוטה האנכית

לכל אחד מן הגרפים של הפונקציות האלה.

א. (1) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

נמק את שיקולך.

(2) סרטוט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת השנייה $g''(x)$. נמק את שיקולך.

נתון כי השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $g''(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = 2$ שווה ל-5.25.

ב. הישר $x = 1$ חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ בנקודה A,

והישר $x = 2$ חותך גרף זה בנקודה B.

מצא את ההפרש בין שיעור ה- y של הנקודה A ובין שיעור ה- y של הנקודה B. נמק.

ג. הביטוי $y = \frac{a}{x^3}$ מתאר אחת מן הפונקציות $g(x)$, $g'(x)$, $g''(x)$.

a הוא פרמטר גדול מ-0.

(1) קבע איזו מן הפונקציות הביטוי מתאר. נמק את קביעתך.

(2) מצא את הערך של a .

8. במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$) אורך היתר הוא k ס"מ (k הוא פרמטר).

הניצב AB הוא גם יתר במשולש ADB, שהוא שווה שוקיים וישר זווית ($\angle ADB = 90^\circ$).

א. סמן $AB = x$ והבע את BC באמצעות x ו- k .

ב. נתון כי הערך המקסימלי של המכפלה $BC \cdot AD^2$ הוא $3\sqrt{3}$.

מצא את שטח המשולש ADB (ערך מספרי), כאשר המכפלה $BC \cdot AD^2$ היא

מקסימלית.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 806/581

1. א. 20 דקות. ב. 5.6 שעות.

2. א. (1) הוכחה. (2) $a_1 = 1$. ב. $d = \frac{3}{k+1}$.

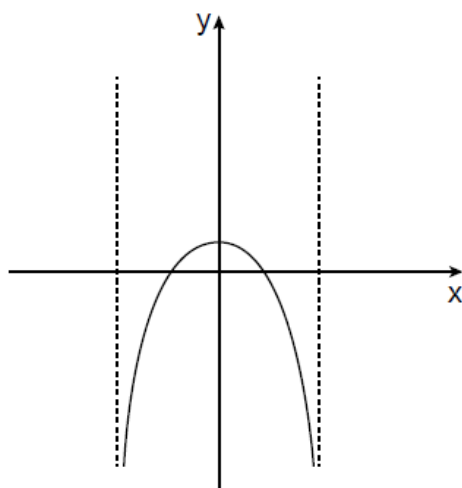
3. א. $\frac{1}{2}$. ב. 0.3. ג. $\frac{15}{34}$.

4. א. הוכחה. ב. לא. ג. 15 ס"מ. ד. 16S סמ"ר.

5. א. $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$. ב. $2R \cos \alpha$. ג. $\frac{h}{\cos \frac{\alpha}{2}}$. ד. 30° .

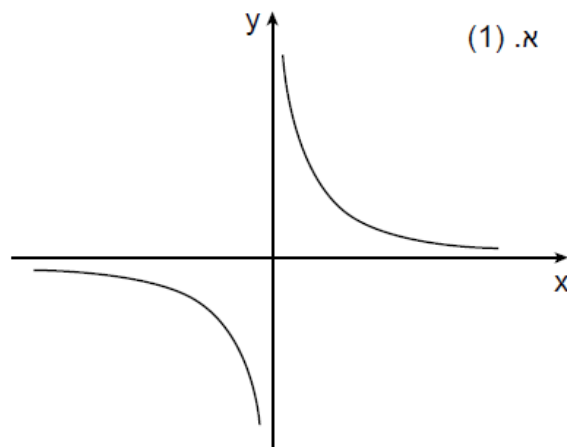
6. א. (1) $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$. (2) $x = \frac{\pi}{2}$. ג. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$ מקסימום.

ב. (1) הוכחה. (2)

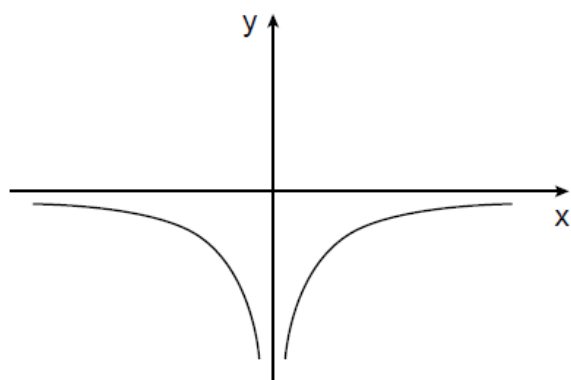


ג. $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = 0.2854$

7. א. (1)



(2)



ב. 5.25

ג. (1) $g'(x)$ (2) $a = 6$

8. א. $\sqrt{k^2 - x^2}$ ב. 1.5 ג. מ"ר

בגרות חורף 2016 - שאלון 806/581

מתמטיקה, חורף תשע"ו, מס' 035806, 316
+ נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רוכב אופניים ורוכב אופנוע יצאו באותו רגע זה לקראת זה משני יישובים שונים.

הם נפגשו כעבור 3 שעות.

רוכב האופנוע עובר $\frac{2}{3}$ מהדרך שבין שני היישובים ב- 1.25 שעות. פחות מהזמן שרוכב

האופניים עובר $\frac{1}{4}$ מהדרך שבין שני היישובים.

מהירויות הרוכבים אינן משתנות.

א. מצא פי כמה המהירות של רוכב האופנוע גדולה מן המהירות של רוכב האופניים.

ב. מצא בכמה שעות עובר רוכב האופנוע את כל הדרך שבין שני היישובים.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה סדרה הנדסית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ההפרש בין האיבר הרביעי בסדרה לאיבר השלישי גדול פי 4

מההפרש בין האיבר השני לאיבר הראשון.

האיבר השישי בסדרה גדול ב- 31 מהאיבר הראשון.

א. מצא את מנת הסדרה, ואת האיבר הראשון בסדרה.

ב. מהסדרה הנתונה בנו שתי סדרות חדשות, I ו- II:

$$I. a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots, a_n \cdot a_{n+1}, a_{n+1} \cdot a_{n+2}$$

$$II. \frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_4}{a_3}, \frac{a_4}{a_3} + \frac{a_5}{a_4}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$$

(1) האם כל אחת מהסדרות החדשות היא סדרה הנדסית עולה? נמק.

הסכום של כל האיברים בסדרה I הוא 2730.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה I.

(3) מצא את הסכום של כל האיברים בסדרה II.

3. במכונת מזל אפשר לזכות ב- 50 שקל, ב- 100 שקל או לא לזכות כלל.

דן משחק 5 משחקים במכונה זו.

ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעמיים שווה להסתברות

שהוא יזכה ב- 50 שקל בדיוק פעם אחת.

(ההסתברות לזכות ב- 50 שקל שונה מאפס.)

ההסתברות שדן לא יזכה באף משחק היא $\frac{1}{32}$.

א. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 50 שקל במשחק בודד?

ב. מהי ההסתברות שדן יזכה ב- 100 שקל במשחק בודד?

ג. ידוע כי לאחר שדן שיחק שני משחקים הוא זכה סך הכול ב- 100 שקל בדיוק.

מהי ההסתברות שהוא לא זכה ב- 50 שקל באף אחד משני המשחקים?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. בריבוע ABCD הנקודה E

נמצאת על הצלע AD (ראה ציור).

מעגל העובר דרך הנקודות D, E ו-C

חותך את האלכסון BD בנקודה M,

ואת הצלע BC בנקודה N.

הנקודה M נמצאת בין הקדקוד B

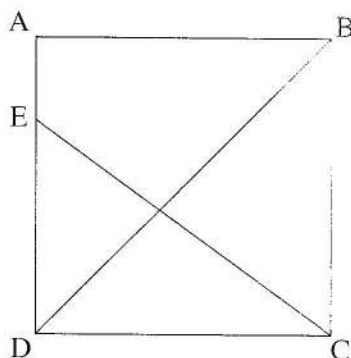
ובין נקודת החיתוך של BD עם CE.

א. הוכח כי $CD = EN$.

ב. האם הקטע DM קצר מהקטע CE,

אורך ממנו או שווה לו? נמק.

ג. הוכח כי $BM \cdot BD = AE \cdot AD$.



5. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

זווית הבסיס היא 2α .

הנקודה E היא מפגש חוצי-הזווית במשולש ABC.

המשך CE חותך את הצלע AB בנקודה D

(ראה ציור).

נתון: $\angle BAC > 90^\circ$, $\frac{EC}{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$

א. מצא את α .

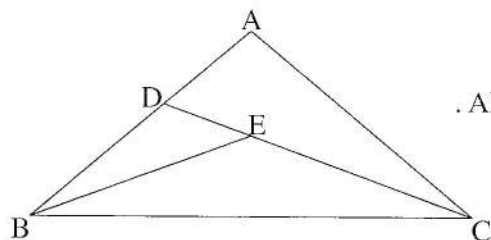
ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC

ובין רדיוס המעגל החסום במשולש ABC.

ג. נתון כי ההפרש בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC

ובין רדיוס המעגל החסום במשולש ABC הוא 2 ס"מ.

מצא את אורך הקטע AE.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות**
(40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot \sin^2 x + b \cdot \cos(4x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.
a ו- b הם פרמטרים.

לפונקציה $f(x)$ יש קיצון בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{3}$.
נתון כי $b < 0$.

א. הבע באמצעות b (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום הנתון.

ד. (1) מצא את הערך של האינטגרל $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f''(x) dx$.

(2) בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$, הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$ חותך את

ציר ה- x בנקודה אחת שבה $x = k$.

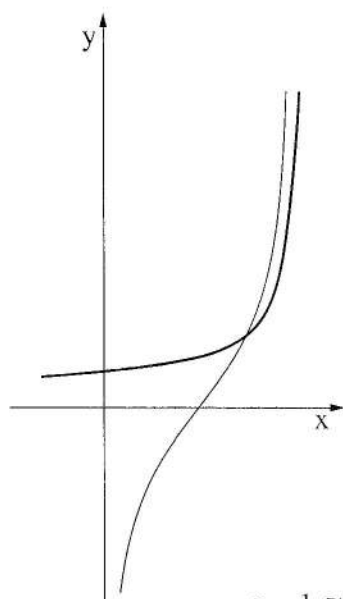
בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq k$, השטח המוגבל על ידי הגרף של $f''(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$, שווה ל- S.

הבע באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרף של $f''(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = \frac{2\pi}{3}$ בתחום $k \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$. נמק.

הערה: אין צורך למצוא את $f''(x)$.



7. נתונות הפונקציות: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$

$$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}}$$

(ראה ציור).

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$,

ואת תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה $f(x)$,

ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים

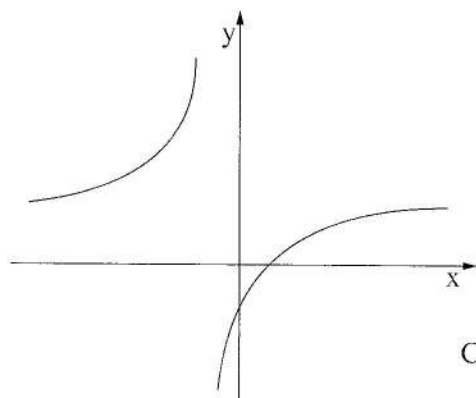
של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 1$.

ג. נתונות הפונקציות: $h(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}} + 2$, $t(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x(3-x)}} + 2$

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 2.5$.

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $h(x)$ ו- $t(x)$ ועל ידי הישר $x = 2.5$.

האם השטח S_1 גדול מהשטח S_2 , קטן ממנו או שווה לו? נמק.



8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

(ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה,

ואת האסימפטוטות של הפונקציה

המקבילות לצירים.

ב. העבירו ישר המקביל לציר ה־ x .

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C

ואת הישר $y = 2x$ בנקודה D.

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה C ב־ t .

מצא מה צריך להיות הערך של t , כדי שהאורך של הקטע CD יהיה מינימלי:

(1) עבור $t > -1$.

(2) עבור $t < -1$.

ג. מצא את האורך המינימלי של הקטע CD עבור כל $t \neq -1$.

בהצלחה!

פתרון בגרות חורף 2016 - שאלון 806/581

1. א. פי 4 . ב. 3.75 שעות.

2. א. $a_1 = 1$, $q = 2$.

ב. (1) סדרה I הנדסית עולה (המנה שלה היא 4), סדרה II היא סדרה קבועה, אינה סדרה הנדסית עולה.
(2) 6 איברים. (3) 20.

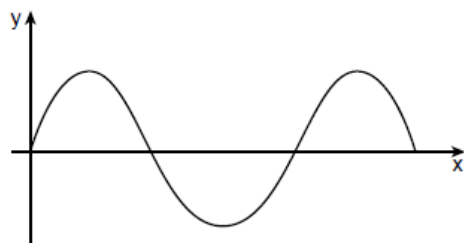
3. א. $\frac{1}{3}$. ב. $\frac{1}{6}$. ג. $\frac{3}{5}$.

4. א. הוכחה. ב. DM קצר מ-CE. ג. הוכחה.

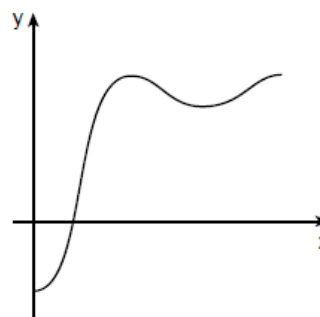
5. א. $\alpha = 20^\circ$. ב. 2.79 . ג. 1.459 ס"מ.

6. א. מינימום, $\left(\frac{\pi}{3}; -3\frac{1}{2}b\right)$ מקסימום, $\left(\frac{\pi}{2}; -3b\right)$ מינימום, $\left(\frac{2}{3}\pi; -3\frac{1}{2}b\right)$ מקסימום.

ג.



ב.



ד. (1) 0. (2) S.

7. א. (1) $f(x)$, $x < 3$, $g(x)$: $0 < x < 3$.

(2) $f(x)$: $x = 3$, $y = 0$.

$g(x)$: $x = 0$, $x = 3$.

ב. 0.6945.

ג. $S_1 = S_2$.

8. א. תחום הגדרה: $x \neq -1$.

אסימפטוטה אנכית: $x = -1$.

אסימפטוטה אופקית: $y = 1$.

ב. (1) $t = 0$. (2) $t = -2$.

ג. $\frac{1}{2}$.

בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 806/581

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מס' 035806, 316 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נגה רכבה על אופניים במסלול באורך מסוים, בארבע מהירות קבועות שונות.
בכל פעם, לאחר שעברה מקטע שאורכו רבע מן המסלול, היא הגבירה את מהירותה, ורכבה במהירות הגדולה פי 2 מן המהירות הקודמת.
במקטע האחרון היא רכבה במהירות של 40 קמ"ש.
נגה יצאה לדרך בשעה 8:00 בבוקר וסיימה את המסלול בשעה 11:45 בבוקר.
 - א. מהו אורך המסלול?
 - ב. דניאל יצא לדרך באותו מסלול בשעה 9:45, ונסע במהירות קבועה לאורך כל המסלול.
גם הוא הגיע לסוף המסלול בשעה 11:45.
באיזה מארבעת מקטעי המסלול פגש דניאל את נגה בפעם הראשונה, ובאיזו שעה?

2. נתונה הסדרה $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$.

b_n ו- c_n הן סדרות הנדסיות שכל איבריהן חיוביים, המקיימות לכל n טבעי: $a_n = b_n - c_n$.

נתון: $b_6 = 64$, $c_3 = \frac{1}{8}$.

א. (1) מצא את b_1 ואת המנה של הסדרה b_n .

(2) מצא את c_1 ואת המנה של הסדרה c_n .

את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n נסמן ב- A_n ,

את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n נסמן ב- B_n ,

ואת סכום n האיברים הראשונים בסדרה c_n נסמן ב- C_n .

ב. הראה ש- $C_n = B_n - A_n$.

ג. עבור אילו ערכי n מתקיים האי-שוויון: $0.9 < B_n - A_n < 1$?

3. בבית אבות גדול יש לכמה מן הדיירים קלנועית, ולשאר אין.

אם בוחרים באקראי 9 דיירים מבית האבות הזה, ההסתברות של- 4 מהם בדיוק

יש קלנועית גדולה פי 24 מן ההסתברות של- 6 מהם בדיוק יש קלנועית.

א. מהי ההסתברות שלדייר שנבחר באקראי יש קלנועית?

ב. בוחרים באקראי 6 דיירים מבית האבות. ידוע שלפחות ל- 3 מהם יש קלנועית.

מהי ההסתברות של- 4 מהם בדיוק יש קלנועית?

ג. בוחרים באקראי דיירים מבית האבות, בזה אחר זה, עד של- 3 מהם בדיוק יש קלנועית.

מהי ההסתברות שייבחרו בדרך זו בדיוק 6 דיירים?

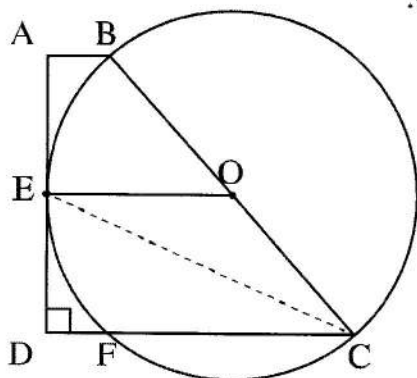
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון מעגל שמרכזו O.

ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).



הצלע AD משיקה למעגל בנקודה E,

והנקודות B ו-C נמצאות על המעגל כך ש-BC הוא קוטר.

הצלע DC חותכת את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.

א. הוכח: $\angle BCD = 2\angle DEF$.

ב. הוכח: $\triangle ABE \cong \triangle DFE$.

ג. הוכח: $BC = DF + DC$.

5. ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = BC$).

AF, CE ו-BD הם תיכונים במשולש,

הנחתכים בנקודה O (ראה ציור).

א. הוכח: $S_{\triangle BOE} = S_{\triangle COD}$.

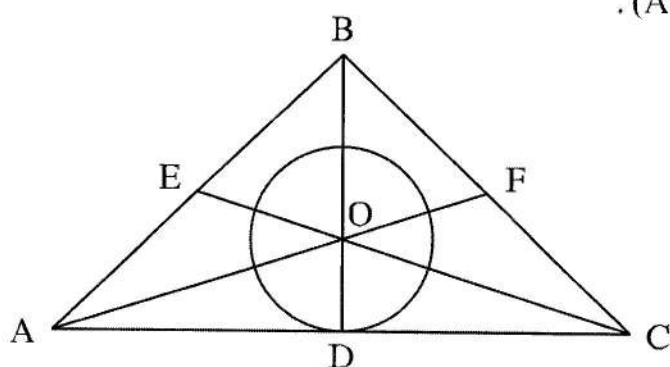
מעגל שמרכזו O משיק לצלע AC

בנקודה D.

נתון כי שטח העיגול שווה לשטח המשולש AOC.

ב. חשב את גודל הזווית ACE.

ג. הבע את אורך הקטע OE באמצעות רדיוס המעגל.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,**של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות****ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$.

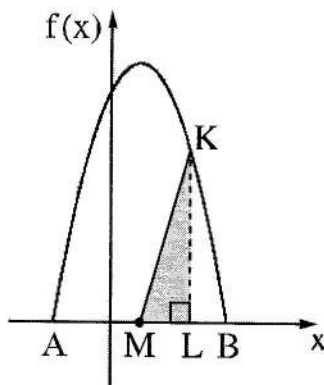
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- (4) מצא את את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x+5)$.

- ב. (1) הוכח ש- $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. הסבר מדוע לכל $1 < a < b$ מתקיים השוויון: $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (3) מצא את האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.
 ג. נתון: $0 < a < \frac{\pi}{2}$.
 השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, הישר $x = a$ וציר ה- x שווה ל-1.
 מצא את a .



8. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 2x + c$ בתחום האי-שליליות שלה.
 A ו-B הן נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 נתון: $x_B = 2t$, $x_A = -t$ ($t > 0$).
 א. מצא את t ואת c .
 ב. M היא נקודת החיתוך של ציר הסימטריה של הפרבולה עם ציר ה- x .
 K היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$ מעל לציר ה- x .
 מהנקודה K הורידו אנך לציר ה- x , החותך את הקטע AB בנקודה L.
 ג. מצא עבור אילו שיעורי x של הנקודה K שטח המשולש KLM הוא מקסימלי.
 מצא את שני הפתרונות האפשריים.
 תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 806/581

1. א. 40 ק"מ.
ב. במקטע השני בשעה 10:30.

2. א. (1) $b_1 = 2$, $q_b = 2$.

(2) $c_1 = \frac{1}{2}$, $q_c = \frac{1}{2}$.

ב. הוכחה.

ג. $n \geq 4$.

3. א. $p = \frac{1}{5}$.

ב. $\frac{16}{103} = 0.15534$.

ג. $\frac{128}{3125} = 0.04096$.

4. א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

5. א. הוכחה.

ב. $\angle ACE = 17.66^\circ$.

ג. $OE = \frac{R\sqrt{1+\pi^2}}{2} = 1.648R$.

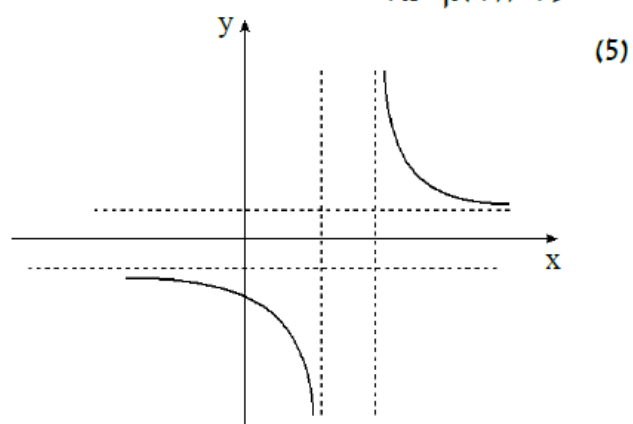
6. א. (1) $x < 4$ או $x > 6$.

(2) $(0; -1.02)$.

(3) $y = -1$, $y = 1$, $x = 6$, $x = 4$.

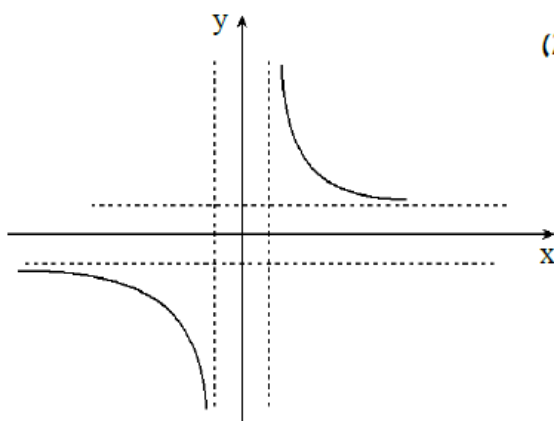
(4) ירידה: $x < 4$ או $x > 6$.

עלייה: x .



ב. (1) הוכחה.

(2)



ג. הוכחה.

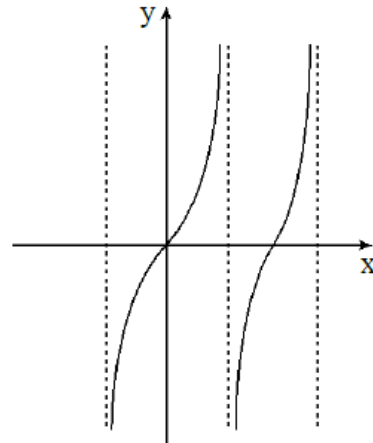
7. א. $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$ (1)

ב. $(\pi k; 0)$ (2)

ג. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k$ (3)

ד. $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה. (4)

ב.



א. $a = \frac{\pi}{4}$

8. א. $c = 8, t = 2$

ב. $x = 1 + \sqrt{3}$ או $x = 1 - \sqrt{3}$

בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 806/581

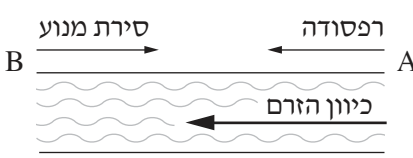
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. העיירות A ו-B נמצאות על גדת נהר הזורם
- במהירות קבועה. כיוון הזורם הוא מ-A ל-B.
- מן העיירה B יצאה סירת מנוע לכיוון העיירה A.
- הסירה שטה נגד כיוון הזורם.
- באותו הזמן יצאה רפסודה מן העיירה A
- לכיוון העיירה B. הרפסודה שטה עם כיוון הזורם.
- 

מהירות סירת המנוע במים עומדים היא קבועה וגדולה פי 4 ממהירות הזורם של הנהר.
מהירות הרפסודה במים עומדים היא אפס. במים זורמים הרפסודה שטה עם הזורם.

הסירה והרפסודה נפגשו 3 שעות ו-45 דקות אחרי יציאתן לדרך והמשיכו בדרכן. סירת המנוע הגיעה לעיירה A ומיד הסתובבה ושטה בחזרה לעיירה B.

כאשר סירת המנוע הגיעה לעיירה B, הרפסודה הייתה במרחק של 35 ק"מ מן העיירה B.

א. חשב את מהירות הזורם ואת מהירות סירת המנוע במים עומדים.

ב. בדרך חזרה לעיירה B פגשה סירת המנוע את הרפסודה בפעם השנייה.
כמה זמן עבר מרגע יציאתה של הרפסודה מן העיירה A עד שהסירה והרפסודה נפגשו בפעם השנייה?

2. נתונה סדרה כללית a_n .

נסמן ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .

נתון: $S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}}$ לכל n טבעי. k הוא מספר קבוע.

א. הבע את a_1 ואת האיבר הכללי a_n עבור $n > 1$ באמצעות n ו- k במידת הצורך.

ב. מצא את k שעבורו הסדרה a_n היא סדרה הנדסית. נמק.

נגדיר: $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$ (סכום ריבועי כל איבר שלישי בסדרה a_n החל ב- a_2).

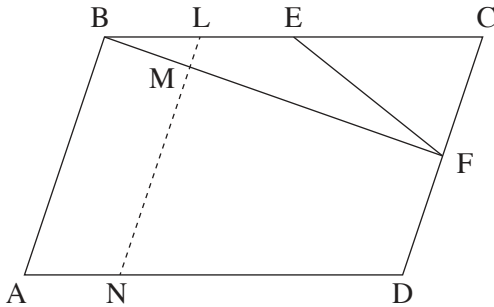
ג. חשב את T .

3. בקופסה I יש 10 כדורים, כמה מהם כחולים והשאר אדומים, ובקופסה II יש 7 כדורים כחולים ו-3 כדורים אדומים. מוציאים באקראי כדור מקופסה I. אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II. אם יצא כדור כחול, מחזירים אותו לקופסה I. שוב מוציאים באקראי כדור מקופסה I, ושוב, אם יצא כדור אדום, מעבירים אותו לקופסה II, ואם יצא כדור כחול, מחזירים אותו לקופסה I. לאחר מכן מוציאים באקראי כדור אחד מקופסה II. א. נתון כי ההסתברות שאחרי שתי ההוצאות מקופסה I יועבר כדור אדום אחד בלבד מקופסה I לקופסה II היא $\frac{19}{36}$. חשב את מספר הכדורים הכחולים שהיו בקופסה I לפני ההוצאה הראשונה. ענה על הסעיפים ב-ג עבור מספר הכדורים הכחולים שחישבת בסעיף א.
- ב. מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום?
- ג. ידוע שהכדור שהוציאו מקופסה II הוא כדור אדום. מהי ההסתברות שאחרי שהוציאו את הכדור האדום מקופסה II נשארו בה שלושה כדורים אדומים בדיוק?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. המרובע ABCD הוא מקבילית.

הזווית A היא זווית חדה.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC

והנקודה F היא אמצע הצלע CD

(ראה ציור).

א. שטח המשולש ECF הוא S.

הבע את שטח המקבילית ABCD

באמצעות S. נמק את תשובתך.

ב. הנקודה L היא אמצע הקטע BE.

דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל-AB וחותך את BF ואת AD

בנקודות M ו-N בהתאמה.

חשב את היחס $\frac{LM}{MN}$.

ג. נתון $BE = EF$.

האם אפשר לחסום את המרובע ABFD במעגל? נמק את קביעתך.

5. ABCD הוא טרפז חסום במעגל ($AB \parallel DC$).

נתון: $AB = a$, $CD = b$, $(a < b)$.

$\angle C = 60^\circ$.

א. הבע את שוקי הטרפז, BC ו-AD, באמצעות a ו-b.

נתון: $a = 4$, אורך האלכסון BD הוא $4\sqrt{7}$.

ב. חשב את b.

ג. (1) R הוא רדיוס המעגל החוסם את הטרפז. מצא את R.

(2) הסבר מדוע אפשר לחסום מעגל בטרפז ABCD.

(3) r הוא רדיוס המעגל החסום בטרפז. מצא את r.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = a - \frac{2}{x-2} + \frac{1}{(x-2)^2}$. a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את המשוואות של האסימפטוטות המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ משיק לציר ה- x .

ב. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x) + k|$.

ידוע שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לאסימפטוטה האופקית של גרף הפונקציה $f(x)$.

מצא את k (מצא את שתי האפשרויות). נמק את תשובתך.

7. לפניך הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$.

א. התאם בין הגרפים I ו- II

לבין הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$. נמק.

נתון: $f'(x) = x(x + b)^3$, $b > 1$ הוא פרמטר.

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול ב- $x = -1$.

ב. מצא את b .

C ו- D הן נקודות החיתוך

של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$

בתחום $x < 0$, כמתואר בציור.

הנקודות A ו- B נמצאות על הגרפים I ו- II

בהתאמה, כך שהישר AB מאונך לציר ה- x .

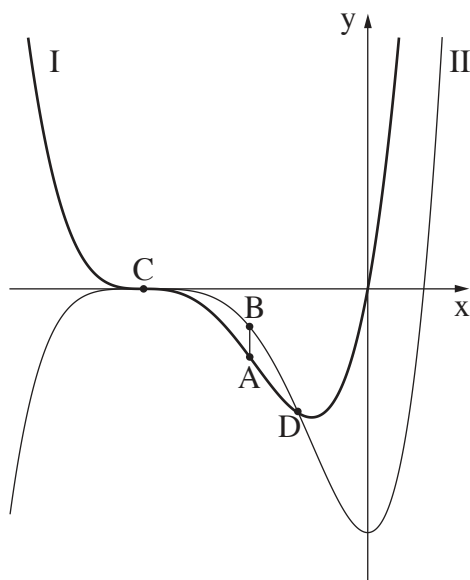
נתון: $x_C < x_A < x_D$,

$$x_C = -4$$

$$x_D = 1 - \sqrt{5}$$

ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודות A ו- B שעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי

(אפשר לפתור את הסעיף בלי למצוא את הפונקציה $f(x)$).



8. $f(x)$ היא פונקציה המוגדרת לכל x .

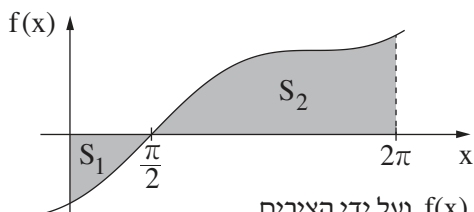
גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בחלקו השלילי.

נקודת החיתוך היחידה של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(\frac{\pi}{2}, 0)$ (ראה ציור).

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הצירים ועל ידי הישר $x = 2\pi$

(השטח האפור בציור) שווה ל- $10\pi^2 + 16$.

$$\text{נתון גם: } \int_0^{2\pi} f(x) dx = 8\pi^2$$



א. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים

(השטח S_1 המסומן בציור).

הפונקציה $F(x)$ היא פונקציה קדומה לפונקציה $f(x)$. נתון: $F(0) = 0$.

ב. מצא את $F(\frac{\pi}{2})$.

נתון: $f'(x) = 8 \sin x + 8$.

ג. מצא את $f(x)$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 806/581

1. א. מהירות הזרם: 5 קמ"ש, מהירות הסירה: 20 קמ"ש.

ב. $6\frac{1}{4}$ שעות.

2. א. $a_n = \frac{2}{3^{n+1}}$, $a_1 = k - \frac{1}{9}$.

ב. $k = \frac{1}{3}$.

ג. $T = \frac{1}{182}$.

3. א. מספר הכדורים הכחולים הוא 5.

ב. 0.3595.

ג. 0.5338.

4. א. $S_{ABCD} = 8S$.

ב. $\frac{LM}{MN} = \frac{1}{7}$.

ג. לא ניתן לחסום את המרובע ABFD במעגל.

5. א. $AD = BC = b - a$.

ב. $b = 12$.

ג. (1) $R = 6.11$.

(2) הוכחה.

(3) $r = 2\sqrt{3}$.

6. א. $x \neq 2$ (1)

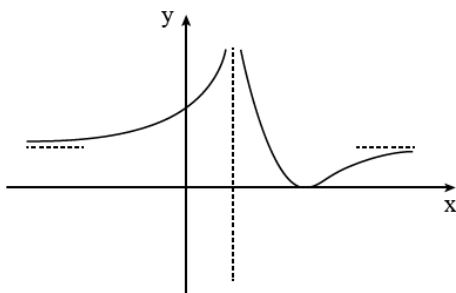
ב. $y = a$, $x = 2$ (2)

ג. $(3; a-1)$ מינימום.

ד. עלייה: $x > 3$ או $x < 2$; ירידה: $2 < x < 3$.

ה. $a = 1$.

ו.



ז. $k = -1$ או $k = 1$.

7. א. $f(x): \Pi$

ב. $f'(x): I$

ג. $b = 4$.

ד. $x_A = x_B = -2$.

8. א. $S_1 = \pi^2 + 8$

ב. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi^2 - 8$

ג. $f(x) = -8\cos x + 8x - 4\pi$

בגרות חורף 2017 - שאלון 806/581

מתמטיקה, חורף תשע"ז, מס' 316,035806
+ נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שני צינורות א' ו-ב' מזרימים מים לברכה בקצב קבוע.

כאשר צינור א' בלבד פתוח, הברכה הריקה מתמלאת לגמרי ב־ 30 שעות.

כאשר צינור ב' בלבד פתוח, הברכה הריקה מתמלאת לגמרי ב־ 20 שעות.

כאשר שני הצינורות פתוחים במקביל, הברכה הריקה מתמלאת לגמרי ביותר מ־ 4 שעות.

ביום מסוים הברכה הייתה ריקה. פתחו את צינור א' בלבד למשך שעותיים.

אחר כך פתחו גם את צינור ב', ושני הצינורות היו פתוחים בו בזמן שעותיים נוספות.

בתום אותן שעותיים נוספות יותר מ־ $\frac{1}{2}$ הברכה הייתה מלאה.

א. מצא את תחום הערכים האפשריים של 30.

ב. ביום אחר $\frac{1}{2}$ הברכה הייתה מלאה. פתחו את שני הצינורות, אלא שבשל תקלה טכנית

צינור ב' רוקן מים מן הברכה במקום למלא בה מים. שני הצינורות היו פתוחים בו בזמן

במשך שעה אחת, ובמהלכה צינור א' מילא מים בברכה וצינור ב' רוקן ממנה מים.

בתום אותה שעה תוקנה התקלה, ושני הצינורות החלו למלא את הברכה יחד, עד שהיא

התמלאה לגמרי כעבור שעותיים וחצי נוספות.

נתון שהקצב שבו צינור ב' מרוקן מים מהברכה שווה לקצב שבו הוא ממלא אותה במים.

מצא את 30.

/המשך בעמוד 3/

2. נתונה סדרה a_n המקיימת את כלל הנסיגה: $a_1 = -1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}$.

נגדיר סדרה חדשה b_n : $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$.

א. הוכח כי b_n היא סדרה הנדסית.

ב. הבע באמצעות n את הסכום: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$.

ג. נתון: n הוא מספר זוגי.

הבע באמצעות n את הסכום: $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$.

3. אביגיל משתתפת במשחק של זריקות חצים למטרה.

הסיכוי שלה לפגוע במטרה בניסיון בודד הוא $P > 0$, ואינו תלוי בניסיונותיה הקודמים.

כל משתתף זורק 5 זריקות רצופות.

הסיכוי של אביגיל לפגוע במטרה בארבע זריקות מתוך החמש גדול פי 3 מן הסיכוי שלה לפגוע

בה בכל חמש הזריקות.

א. מצא את P .

משתתף מנצח במשחק אם מתוך 5 זריקות רצופות, מספר הפגיעות שלו במטרה גדול ממספר

ההחטאות שלו (יכול להיות יותר ממנצח אחד במשחק).

ב. מהי ההסתברות שאביגיל תנצח במשחק?

ג. (1) אם אביגיל תחטיא את המטרה בזריקה השנייה, מהי ההסתברות שהיא תנצח

במשחק?

(2) גם תמר משתתפת במשחק, וגם הסיכוי שלה לפגוע במטרה בניסיון בודד שווה ל- P

ואינו תלוי בניסיונותיה הקודמים. תמר החטיאה בזריקה הראשונה.

מה ההסתברות שהיא תנצח במשחק?

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

- שוקי הטרפז, BC ו-DE, בנקודות G ו- H בהתאמה.

הוכח: GH הוא קטע אמצעים בטרפז.

-

- ב. מהו התחום של כל הערכים האפשריים עבור הזווית α ? נמק.

ג. נתון כי שטח משולש AED גדול פי 9 משטח משולש COD.

מהו היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש AED לבין R ?

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל
פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 4x}{x^2 + 3x + b}$.

a ו-b הם פרמטרים.

נתון: $x = 1$, $y = 1$ הן אסימפטוטות של הפונקציה.

א. מצא את a ואת b.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) האם יש לפונקציה אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים

(מלבד $x = 1$ ו- $y = 1$)? הסבר.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. עבור אילו ערכי x מתקיים: $|f(x)| = -f(x)$? נמק.

ה. נגדיר $g(x) = f^2(x) \cdot f'(x)$.

הראה כי השטח המוגבל על ידי ציר ה-x, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$

ועל ידי הישר $x = 0.5$ הוא $\frac{1}{3}$. נמק את תשובתך.

7. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}$, a הוא פרמטר.

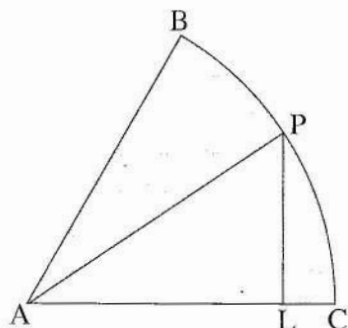
ענה על הסעיפים א-ו עבור $a > 0$. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. (1) רשום את האסימפטוטות המאונכות לצירים של גרף הנגזרת $f'(x)$.
(2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. מצא את ערך הביטוי: $\int_{2a}^{3a} f(x) dx + \int_{-3a}^{-2a} f(x) dx$

ענה על סעיף ז עבור $a = 0$.

- ז. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



8. נתונה גזרת עיגול BAC שהיא $\frac{1}{6}$ מעיגול שרדיוסו R ומרכזו A.

מנקודה כלשהי P, הנמצאת על הקשת BC,

הורידו אנך ל-AC החותך את הרדיוס AC בנקודה L

(ראה ציור).

השטח האפור שבציור הוא השטח הכלוא בין הקשת BC

ובין הרדיוסים AB ו-AP, והקטעים LP ו-LC.

נתון שהשטח האפור המינימלי הוא $24\pi - 36$.

א. (1) מצא את הזווית PAC שעבורה

השטח האפור שמתקבל הוא מינימלי.

(2) מצא את R.

ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש APL? נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2017 - שאלון 806/581

1. א. $6 < m < 10$

ב. $m = 8.5$

2. א. הוכחה: $(q = 3)$

ב. $S_n = \frac{3^n - 1}{2} - 2n$

ג. $S_n = \frac{1 - 3^n}{4}$

3. א. $P = \frac{5}{8}$

ב. 0.7248

ג. 0.5188 (1) , 0.5188 (2)

4. א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. הוכחה.

5. א. $BC = -2R \cos 2\alpha$

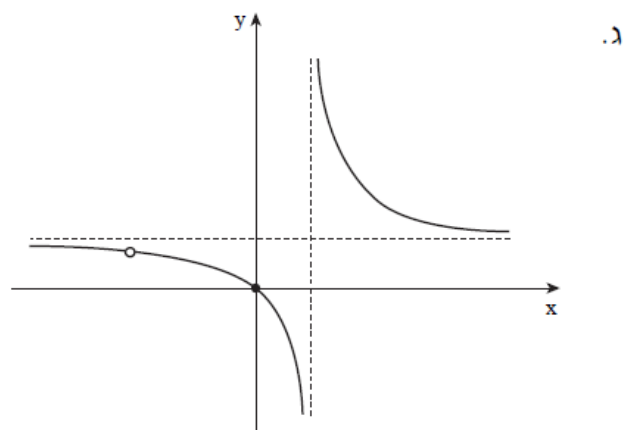
ב. $45^\circ < \alpha < 90^\circ$

ג. 1.59

6. א. $b = -4$, $a = 1$.

ב. (1) $x \neq 1$, $x \neq -4$. (2) $(0;0)$. (3) אין. יש "חור" ב- $(-4; \frac{4}{5})$.

(4) ירידה: $1 < x$ או $-4 < x < 1$ או $x < -4$. עלייה: אין.



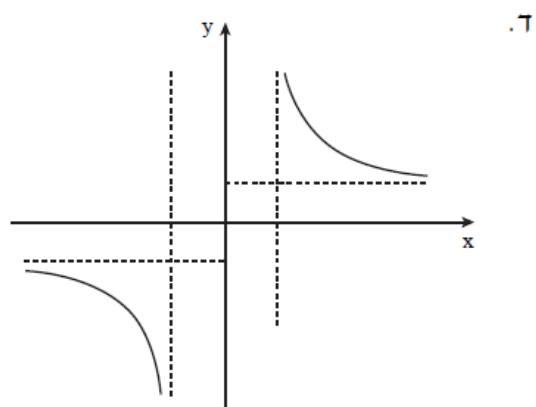
ד. $0 \leq x < 1$.

ה. הוכחה.

7. א. $x < -a$ או $x > a$.

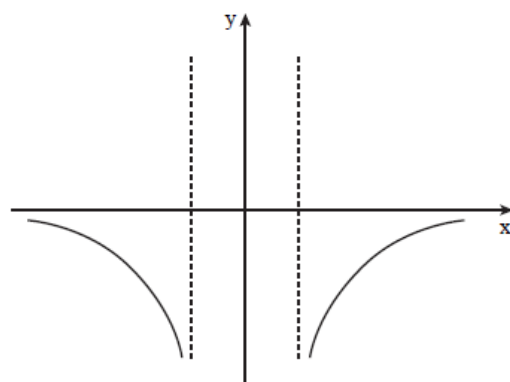
ב. $y = -1$, $y = 1$, $x = -a$, $x = a$.

ג. ירידה: $x < -a$ או $x > a$; עלייה: אין.



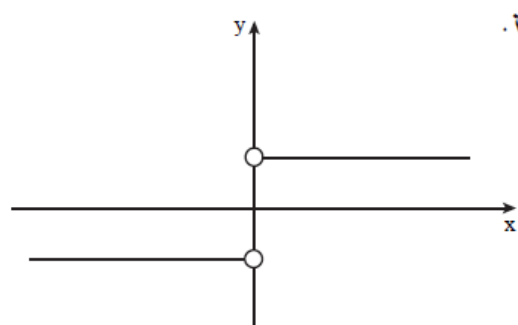
ה. (1) $y = 0$, $x = -a$, $x = a$.

(2)



ג. ערך הביטוי שווה ל-0.

ד.



8. א. $\frac{\pi}{4}$ (1) ב. $R = 12$ (2)

ב. 36.

בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 806/581

מתמטיקה, קיץ תשע"ח, מס' 035581 + נספ

- 2 -

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. שני רוכבי אופניים, אמיר ומשה, יצאו בשעה 6:00 זה לכיוונו של זה.
אמיר רכב במהירות קבועה מעיר א לעיר ב, ומשה רכב במהירות קבועה מעיר ב לעיר א.
אמיר ומשה עברו זה על פני זה והמשיכו כל אחד ליעדו. אמיר הגיע לעיר ב שתיים אחרי שעבר על פני משה, ואילו משה הגיע לעיר א 8 שעות אחרי שעבר על פני אמיר.
א. באיזו שעה עברו אמיר ומשה זה על פני זה?
נסמן את מהירות נסיעתו של אמיר באות V.
בדיוק כאשר עברו אמיר ומשה זה על פני זה יצאה יסמין, רכובה על אפנוע, מעיר א לעיר ב, במהירות קבועה. נתון שיסמין הגיעה לעיר ב אחרי אמיר, אך לפני שמושה הגיע לעיר א.
ב. (1) הבע באמצעות V את המרחק בין עיר א לעיר ב.
(2) הבע באמצעות V את טווח המהירויות האפשרי של יסמין.

2. a_n היא סדרה הנדסית אין-סופית מתכנסת שסכומה שלילי.

a_1 הוא האיבר הראשון בסדרה, ו- q היא מנת הסדרה.

א. לפניך ארבע טענות (IV-I). רק אחת מהן בהכרח נכונה. ציין את מספרה ונמק.

$$(I) \quad q < 0$$

$$(II) \quad a_1 < 0 \text{ וגם } q < 0$$

$$(III) \quad a_1 < 0$$

$$(IV) \quad a_1 > 0 \text{ או } q < 0$$

נסמן ב- T את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n ,

ונסמן ב- R את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה a_n .

p הוא פרמטר.

נתון: $T + p \cdot R = 0$.

ב. הבע את p באמצעות q .

b_n היא סדרה הנדסית שהמנה שלה היא p .

ג. האם b_n היא סדרה מתכנסת? נמק.

ד. נתון: p שלילי. הראה שלכל n טבעי $a_{n+1} > a_n$

(כלומר הראה שהסדרה a_n היא סדרה עולה).

3. בעיר גדולה נערך מבחן לכל תלמידי התיכון.

37% מן התלמידים שניגשו למבחן נעזרו בחבריהם כדי להתכונן למבחן. $\frac{35}{37}$ מהם עברו את המבחן.

מספר התלמידים שלא נעזרו בחבריהם ולא עברו את המבחן קטן פי 5 ממספר התלמידים שנעזרו בחבריהם ועברו את המבחן.

א. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן, והתברר שהוא לא עבר את המבחן. מהי ההסתברות שהוא נעזר בחבריו?

ב. יעל והדס ניגשו למבחן. ידוע שיעל נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן, והדס לא נעזרה בחבריה כדי להתכונן למבחן. האם ההסתברות שיעל עברה את המבחן גבוהה מההסתברות שהדס עברה את המבחן? נמק.

ג. בחרו באקראי 6 תלמידים שניגשו למבחן.

מהי ההסתברות שבדיוק שליש מהם לא נעזרו בחבריהם ועברו את המבחן?

ד. בחרו באקראי תלמיד שניגש למבחן. מהי ההסתברות שהוא מקיים לפחות אחת משתי הטענות II-I:

(I) התלמיד נעזר בחבריו.

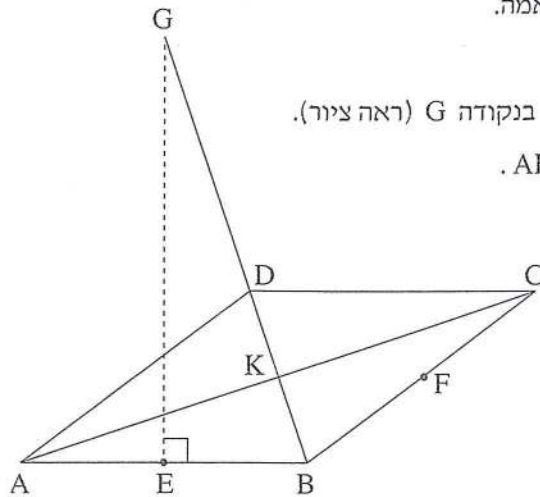
(II) התלמיד לא עבר את המבחן.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. ABCD הוא מעוין. E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-BC בהתאמה.

הנקודה K היא מפגש האלכסונים של המעוין.

מן הנקודה E העלו אנך ל-AB, החותך את המשך האלכסון BD בנקודה G (ראה ציור).

א. הוכח: הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.

הקטע GF חותך את האלכסון AC בנקודה M,

שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC.

ב. הוכח שהמשולשים BFC, BKC, ו-BFG דומים זה לזה.

נסמן ב-R את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC,

וב-r את רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

ג. (1) הוכח כי $\frac{MC}{GB} = \frac{MF}{CF}$ וכי $\frac{MF}{CF} = \frac{BK}{CK}$.

(2) הראה כי היחס בין אלכסוני המעוין שווה ל- $\frac{r}{R}$.

5. ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

M היא נקודה על היתר כך ש- $AM : MC = \sqrt{3} : 4$.

נתון: $\angle ABM = 30^\circ$, $BM = 8$.

א. (1) סמן: $MC = 4x$ וחשב את זוויות המשולש ABC.

(2) חשב את הרדיוסים של המעגלים החוסמים את המשולשים ABM ו-CMB.

ב. נסמן את מרכזי המעגלים החוסמים את המשולשים ABM ו-CBM ב- O_1 ו- O_2 בהתאמה.

(1) הסבר מדוע המרובע BO_1MO_2 הוא דלתון.

(2) חשב את אורך הקטע O_1O_2 .

פרק שלישי – השבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$. a הוא פרמטר.

נתון: הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x .

א. הוכח: $a > 1$.

ענה על סעיף ב. אם יש צורך, הבע באמצעות a .

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לציר ה- x .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $a = 3$.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x = \frac{2}{3}$ ו- $x = 2$.

ד. $g(x)$ היא פונקציה רציפה המוגדרת לכל x .

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{3}$ ו- $x = b$:
($b > \frac{1}{3}$)

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישרים $x = \frac{1}{3}$ ו- $x = b$:
שווה ל- $2S$ בעבור כל b .

הבע את $g(x)$ באמצעות $f(x)$ בתחום $x > \frac{1}{3}$ (כתוב את שתי האפשרויות). אין צורך להוכיח את תשובתך.

7. $f(x)$ היא פונקציה גזירה, המוגדרת לכל x , כך ש- $f(x) \neq 0$ לכל x .

א. הוכח שאם הפונקציה $f(x)$ עולה בקטע מסוים, אז הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ יורדת באותו הקטע;

ואם הפונקציה $f(x)$ יורדת בקטע מסוים, אז הפונקציה $\frac{1}{f(x)}$ עולה באותו הקטע.

נתונה הפונקציה $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 2$, המוגדרת לכל x .

ב. האם קיים x שבעבורו $g(x) = 0$? נמק.

ג. (1) האם הפונקציה $g(x)$ היא פונקציה זוגית? נמק.

(2) הראה שלכל x מתקיים: $g(x) = g(x + 2\pi)$.

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq 3\pi$.

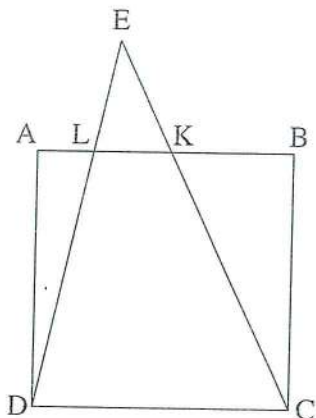
נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{1}{\sin^2 x + \cos x + 2}$.

ענה על סעיף ד. תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.

ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$? נמק.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$. באותה מערכת צירים שבה סרטטת את

גרף הפונקציה $g(x)$.



8. ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 6 ס"מ.

K ו-L הן נקודות על הצלע AB.

נתון כי הישרים CK ו-DL חותכים זה את זה בנקודה E.

הנמצאת מחוץ לריבוע ABCD (ראה ציור).

נסמן: $LK = x$.

א. הבע באמצעות x את גובה המשולש KLE.

ב. עבור איזה ערך של x סכום שטחי המשולשים ADL, BCK ו-KLE

הוא מינימלי? נמק.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 806/581

1. א. אמיר ומשה עברו זה על פני זה בשעה 10:00.

ב. (1) $6V$.

(2) x : מהירותה של יסמין.

$$\frac{3}{4}V < x < 3V$$

2. א. טענה III (סכום הסדרה הוא $\frac{a_1}{1-q}$, כמו כן $-1 < q < 1$, לכן כש- a_1 שלילי הסכום שלילי).

ב. $P = -\frac{1}{q}$

ג. לא מתכנסת ($-1 < q < 1 \leftarrow p > 1$ או $p < -1$).

ד. הוכחה.

3. א. $\frac{2}{9}$.

ב. כן $(\frac{35}{37} > \frac{56}{63})$.

ג. 0.1763 .

ד. 0.44 .

4. א. הוכחה.

ב. הוכחה.

ג. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

5. א. (1) 53.13° , 36.87° , 90° .

(2) $R_{\Delta CBM} = 6\frac{2}{3}$, $R_{\Delta ABM} = 5$

ב. (1) $BO_1 = MO_1 = 5$, $BO_2 = MO_2 = 6\frac{2}{3}$.

(2) $8\frac{1}{3}$.

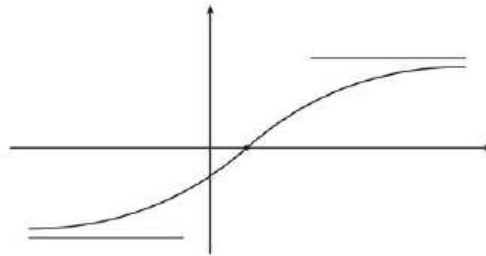
6. א. הוכחה.

ב. (1) $(\frac{1}{a}, 0)$ $(0, -1)$.

(2) $y = -\sqrt{a}$, $y = \sqrt{a}$.

(3) עולה לכל x .

(4)



ג. 2.

ד. $g(x) = 3f(x)$, $g(x) = -f(x)$.

7. א. הוכחה.

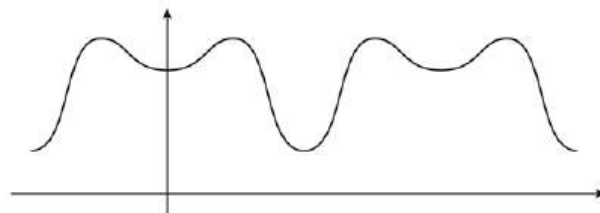
ב. לא $(2 + \sin^2 x \geq -1$, $\cos x \geq -1$ לכן סכומם גדול מ-1 או שווה לו ולכן לא יכול להיות שווה 0).

ג. (1) כן $(\sin^2 x - \cos x$ הן פונקציות זוגיות).

(2) הוכחה.

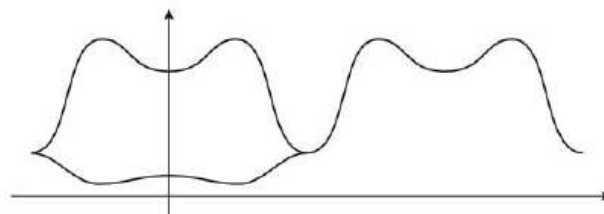
(3) $(0, 3)$ מינימום, $(\frac{\pi}{3}, 3\frac{1}{4})$ מקסימום, $(\pi, 1)$ מינימום.

(4)



ד. (1) כל x .

(2)



8. א. $\frac{6x}{6-x}$.

ב. $6 - 3\sqrt{2}$.

בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 806/581

+

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. המרחק מביתה של רננה עד בית הספר הוא 500 מטרים.
רננה יצאה מביתה אל בית הספר והלכה במהירות קבועה.
3 דקות לאחר שיצאה מביתה, יצא משם אביה בעקבותיה כדי להביא לה כריך ששכחה. הוא רץ במהירות קבועה של 2.5 מטרים לשנייה.
כאשר הגיע האב לרננה הם עמדו ושוחחו במשך 2 דקות והוא נתן לה את הכריך, ולאחר מכן הלך כל אחד מהם לדרכו – רננה לבית הספר והאב בחזרה אל הבית. רננה המשיכה ללכת באותה המהירות שהלכה לפני כן, והאב הלך במהירות של 1.5 מטרים לשנייה.
אביה של רננה הגיע אל הבית בדיוק באותו הזמן שהגיעה רננה אל בית הספר.
א. חשב את מהירות ההליכה של רננה.
ב. כמה זמן עבר מן הרגע שרננה יצאה מביתה ועד שהגיעה אל בית הספר?

2. הסדרה a_n מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה: $a_{n+1} = -\frac{c^{n-2}}{a_n}$, $a_1 = -\frac{1}{c}$. נתון: $c > 0$.

- א. הוכח כי האיברים בסדרה a_n הנמצאים במקומות האי-זוגיים מהווים סדרה הנדסית, וְי האיברים בסדרה a_n הנמצאים במקומות הזוגיים מהווים גם הם סדרה הנדסית.
ב. (1) רשום את 7 האיברים הראשונים בסדרה a_n . הבע את תשובתך באמצעות c אם יש צורך.
(2) הבע באמצעות c את סכום 7 האיברים הראשונים בסדרה a_n .
(3) הוכח שלכל n טבעי, הסכום של $2n - 1$ האיברים הראשונים בסדרה a_n אינו תלוי ב- n .

- ג. הסדרה b_n מוגדרת באופן הזה: $b_n = -\frac{2}{a_n \cdot a_{n+1}}$.

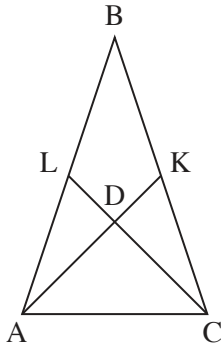
- (1) הראה כי b_n היא סדרה הנדסית.
(2) מהו תחום הערכים של c שבעבורם b_n היא סדרה יורדת?
(3) נתון שהסדרה האינסופית b_n היא סדרה יורדת.
הבע באמצעות c את סכומה.

3. במבחן רב-ברירה ("אמריקני") יש 5 שאלות.
- לכל שאלה מוצגות 4 תשובות, אך רק אחת מהן נכונה.
- התלמידים צריכים לסמן תשובה אחת מבין 4 התשובות המוצגות.
- תלמיד שמסמן את התשובה הנכונה על השאלה מקבל 20 נקודות לשאלה זו.
- תלמיד שמסמן תשובה לא נכונה על השאלה אינו מקבל נקודות לשאלה.
- כדי לעבור את המבחן יש לצבור לפחות 60 נקודות סך הכול.
- א. על 2 מן השאלות ידע שחר בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימן אותן.
- בשאר השאלות הוא סימן באקראי תשובה אחת בכל שאלה.
- (1) מהי ההסתברות ששחר יצבור במבחן בדיוק 60 נקודות?
- (2) מהי ההסתברות ששחר יעבור את המבחן?
- ב. על 2 מן השאלות ידע דניאל בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימן אותן.
- בכל אחת משלוש השאלות האחרות ידע דניאל בוודאות שתשובה אחת, מבין 4 התשובות המוצגות, אינה נכונה, ולכן סימן באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה.
- מהי ההסתברות שדניאל יצבור במבחן בדיוק 60 נקודות?
- ג. על 3 מן השאלות ידעה הדס בוודאות לענות את התשובות הנכונות, וסימנה אותן.
- בכל אחת משתי השאלות האחרות היא ידעה בוודאות ש- k מבין 4 התשובות המוצגות אינן נכונות, וסימנה באקראי אחת מן התשובות האחרות בכל שאלה.
- ידוע שההסתברות שהדס תצבור בדיוק 60 נקודות במבחן שווה להסתברות שהיא תצבור 100 נקודות במבחן.
- מצא את k . נמק.

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = BC$).

AK ו-CL הם תיכונים במשולש, החותכים זה את זה בנקודה D.

נתון: $AK \perp CL$.

א. הוכח: $BD = AC$.

ב. חשב את היחס $\frac{S_{\triangle BDK}}{S_{\triangle ABC}}$.

ג. M הוא מרכז המעגל החוסם את המרובע ALKC.

(1) הוכח: $\angle AML = 90^\circ$.

(2) מצא את היחס $\frac{AM}{AD}$.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

5. ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$).

BD הוא חוצה זווית במשולש ABC.

המשך הקטע BD חותך את המעגל החוסם את המשולש ABC בנקודה E.

גודל הזווית ABC הוא 2β .

א. הבע באמצעות β את $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$, היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש ADE.

אין צורך לפשט את הביטוי שקיבלת.

נתון: BE שווה באורכו לרדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

ב. חשב את היחס $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}}$.

נסמן ב- a את אורך השוק AB.

ג. הבע באמצעות a את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

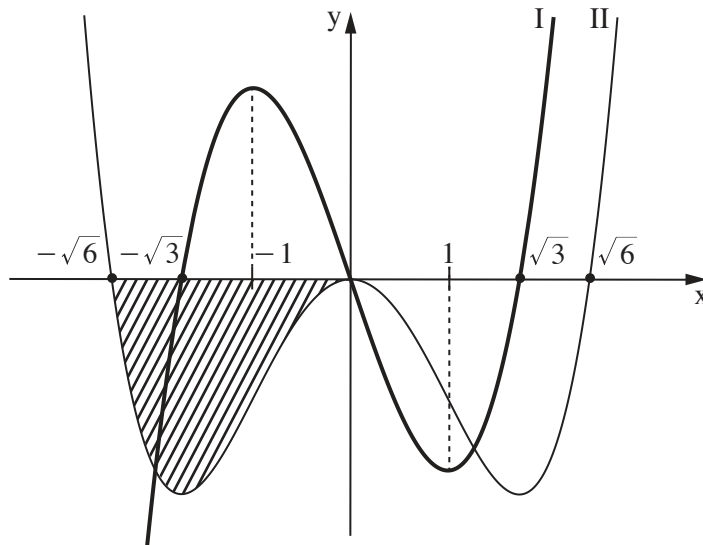
בתשובותיך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

**פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות
ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. לפניך הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $f''(x)$ (פונקציית הנגזרת הראשונה ופונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $f(x)$) בתחום $-2.5 \leq x \leq 2.5$. שני הגרפים עוברים בראשית הצירים.



- א. התאם בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות $f'(x)$ ו- $f''(x)$. נמק.
- ב. כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך.
- ג. כמה נקודות פיתול יש לפונקציה $f(x)$ בתחום המתואר בגרף? נמק את תשובתך.
- ד. עבור איזה ערך של x בתחום $-\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$ שיפוע המשיק לגרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, הוא מינימלי?
- ה. נתון: $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ז. נתון: ערך הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה הוא t .
- ח. הבע באמצעות t את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי החלק השלילי של ציר ה- x (השטח המקווקו בציר).
- ט. נתון: קיימים a, b, c ממשיים כך ש- $f(x) = ax^5 + bx^3 + c$.
- י. מצא את c ואת היחס $\frac{a}{b}$.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ענה על הסעיפים ב-ה עבור התחום $x \geq \frac{2}{7}$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית. מצא את משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ענה על סעיף ו עבור התחום $x > 0$.

ו. נסתכל על נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

לפניך 3 טענות (i-iii). אחת מהן נכונה. איזו מהן היא הנכונה? נמק.

(i) ככל שמתקרבים ל- $x = 0$, המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות הולך וקטן.

(ii) המרחק בין כל שתי נקודות חיתוך סמוכות נשאר קבוע.

(iii) ככל שמתקרבים ל- $x = 0$, המרחק בין שתי נקודות חיתוך סמוכות הולך וגדל.

8. בצויר שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^2}$ בתחום $x > 0$,

ומלבן ששתיים מצלעותיו נמצאות על הצירים והוא נמצא ברביע הראשון.

נתון: שטח המלבן הוא 4.

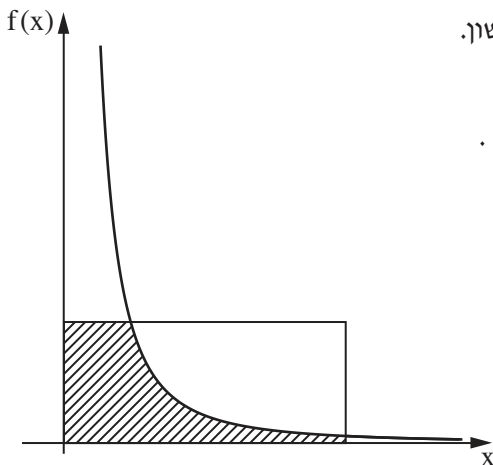
נסמן ב- a את אורך צלע המלבן שנמצאת על ציר ה- x . נתון: $a \geq \frac{1}{4}$.

א. הבע באמצעות a את השטח המוגבל על ידי הצירים,

על ידי צלעות המלבן ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$

(השטח המקווקו בצויר).

ב. עבור איזה ערך של a השטח שמצאת בסעיף א הוא מקסימלי?



בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 806/581

1. א. 1 מטר לשניה.

ב. 620 שניות ($10\frac{1}{3}$ דקות).

2. א. הוכחה.

ב. (1) $a_1 = -\frac{1}{c}$, $a_2 = 1$, $a_3 = -1$, $a_4 = c$, $a_5 = -c$, $a_6 = c^2$, $a_7 = -c^2$

(2) $S_7 = -\frac{1}{c}$

(3) הוכחה.

ג. (1) הוכחה.

(2) $c > 1$

(3) $S = \frac{2c^2}{c-1}$

3. א. (1) $\frac{27}{64}$

(2) $\frac{37}{64}$

ב. $\frac{4}{9}$

ג. $k = 2$

4. א. הוכחה.

ב. $\frac{S_{BLDK}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3}$

ג. (1) הוכחה.

(2) $\frac{AM}{AD} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = 0.79$

5. א. $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{\sin 2\beta \sin 4\beta \sin 3\beta}{\sin^3 \beta}$

ב. 20.99

ג. $r = 0.165a$

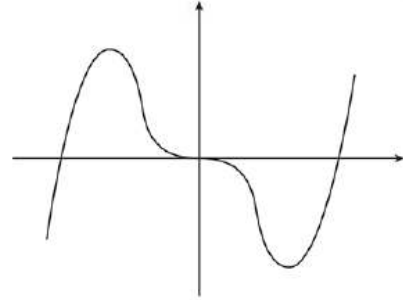
6. א. $f'(x) : \Pi$, $f''(x) : I$.

ב. (1) 2 (כמספר נקודות החיתוך של $f'(x)$ עם ציר x).

(2) 3 (כמספר נקודות החיתוך של $f''(x)$ עם ציר x).

ג. $x=1$.

ד.



ה. $S=t$.

ו. $\frac{a}{b} = -\frac{1}{10}$, $c=0$.

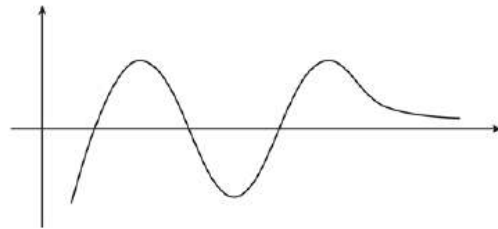
7. א. $x \neq 0$.

ב. $(1,0)$, $(\frac{1}{2},0)$, $(\frac{1}{3},0)$.

ג. $(2,1)$ מקסימום, $(\frac{2}{3},-1)$ מינימום, $(\frac{2}{5},1)$ מקסימום, $(\frac{2}{7},-1)$ מינימום.

ד. $y=0$.

ה.



ו. אפשרות i. נימוק בפתרון המלא.

8. א. $S = \frac{4\sqrt{a}-1}{a}$.

ב. $a = \frac{1}{4}$.

בגרות חורף 2018 - שאלון 806/581

- 2 -

מתמטיקה, חורף תשע"ח, מס' 035581, 035806, 316 + נספח

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — אלגברה והסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. בכפר נופש יש שתי בריכות: בריכה א' ובריכה ב'.
הנפח של בריכה א' הוא V_1 והנפח של בריכה ב' הוא V_2 .
את הבריכות ממלאים באמצעות 4 צינורות בעלי אותו הספק.
ביום כלשהו שתי הבריכות היו ריקות.
התחילו למלא את בריכה א' באמצעות ארבעת הצינורות. כאשר התמלאה בריכה א' לכדי $\frac{1}{6}$ מנפחה, העבירו אחד מן הצינורות לבריכה ב' והתחילו למלא אותה באמצעותו. כאשר התמלאה בריכה א' עד מחציתה, העבירו עוד שני צינורות למילוי בריכה ב'.
מילוי שתי הבריכות הסתיים באותו הזמן.
כל הצינורות הזרימו מים ללא הפסקה עד שהתמלאו שתי הבריכות.
חשב את היחס $\frac{V_1}{V_2}$.

2. a_n היא סדרה חשבונית שההפרש שלה, d , שונה מ-0.
נתון: $a_7 = -a_{17}$.
א. מצא את a_{12} .
ב. (1) האם קיים בסדרה איבר שערכו שווה ל- $-a_1$? נמק.
(2) מצא מספר טבעי n שעבורו סכום n האיברים הראשונים בסדרה שווה ל-0.
ג. האם קיים n טבעי שעבורו: $a_n \cdot a_{n+1} < 0$? אם כן — מצא n כזה, אם לא — נמק.
ד. האם אפשר לדעת כמה איברים שליליים יש בסדרה? נמק (הבחן בין מקרים שונים).

3. למיכל יש קובייה מאוזנת. על שלוש מפאות הקובייה שלה כתוב המספר 2, ועל שלוש הפאות האחרות כתוב המספר 4.

לגלית יש קובייה מאוזנת אחרת. על כל אחת מפאות הקובייה של גלית כתוב אחד מן המספרים: 1 או 3. מיכל וגלית משחקות משחק בן חמישה סיבובים. המשתתפת שתנצח במספר סיבובים רב יותר מחברתה, תנצח במשחק. בכל סיבוב של המשחק כל אחת מהן מטילה את הקובייה שלה פעם אחת.

המנצחת בסיבוב היא השחקנית שהמספר שהתקבל על הקובייה שלה גבוה יותר. נתון שבסיבוב יחיד הסיכוי של מיכל לנצח את גלית הוא $\frac{7}{12}$.

א. על כמה פאות בקובייה של גלית כתוב המספר 1? נמק את תשובתך.

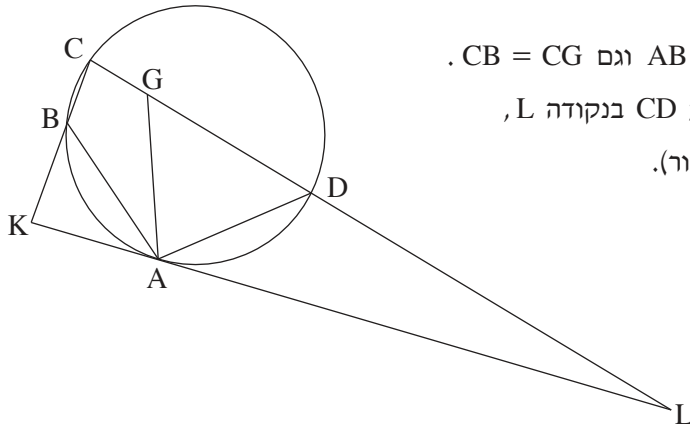
ב. מהו הסיכוי שגלית תנצח במשחק?

ג. מהו הסיכוי של גלית לנצח במשחק, אם ידוע שהיא ניצחה בסיבוב הראשון?

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. המרובע ABCD חסום במעגל.

הנקודה G נמצאת על הצלע CD כך ש- $AB = AG$ וגם $CB = CG$. המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה L, וחותך את המשך הצלע CB בנקודה K (ראה ציור).

א. הוכח כי $AD = AG$.

ב. (1) הוכח כי $\triangle ABK \sim \triangle CDA$.

(2) הוכח כי $AD^2 = BK \cdot CD$.

ג. הראה כי $\frac{S_{\triangle LDA}}{S_{\triangle KAB}} = \frac{LA}{AK}$.

5. נתונה מקבילית ABCD. AC הוא האלכסון הארוך, כמתואר בציור.

במשולש ABC חסום מעגל שמרכזו O.

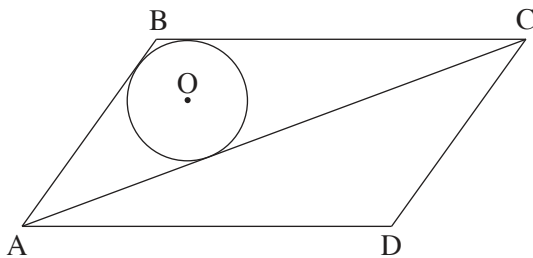
נתון: הנקודה O נמצאת במרחקים 3 ו-6 מן הישרים AD ו-AC בהתאמה;

$OA = 10$.

א. חשב את גודלי זוויות המקבילית.

ב. חשב את אורך האלכסון AC.

ג. חשב את שטח המקבילית.



פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות (40 נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 6-8 (לכל שאלה — 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6. נתונות הפונקציות $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$, $g(x) = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$.

ענה על סעיף א עבור התחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ענה גם על סעיף ב עבור התחום $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) הוכח: $g(x) = -f\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תוכל להיעזר בתשובותיך על הסעיפים הקודמים.

ג. מצא את ערך הביטוי $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$. נמק את תשובתך.

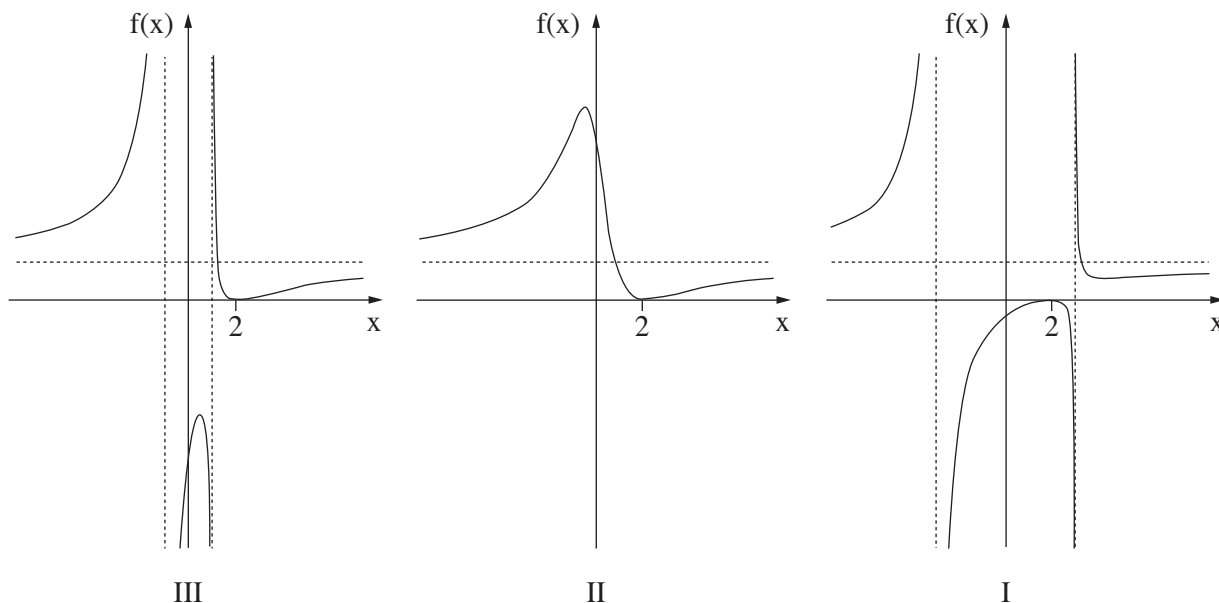
7. נתונה משפחת הפונקציות: $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x^2 - a}$. $a \neq 4$, $a \neq 0$, a הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך. הבחן בין $a > 0$ ובין $a < 0$ במידת הצורך.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (3) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המקבילה לציר ה- x .
- (4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x (אם יש כאלה).

ענה על סעיף ב. הבע באמצעות a במידת הצורך. הבחן בין $a > 4$ ובין $a < 4$ במידת הצורך.

- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - ג. לפניך שלושה גרפים אפשריים של הפונקציה $f(x)$, כל אחד עבור ערך אחר של a .
- כתוב מהו תחום הערכים של a המתאים לכל אחד מן הגרפים I-III. נמק את תשובתך.



8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = t$.

נתון: $1 \leq t \leq 5$.

המשיק חותך את ציר ה־ x בנקודה A ואת ציר ה־ y בנקודה B . הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מצא את שיעור ה־ x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מינימלי.

ב. מצא את שיעור ה־ x של נקודת ההשקה שעבורו סכום ניצבי המשולש AOB הוא מקסימלי.

בהצלחה!

פתרון בגרות חורף 2018 - שאלון 806/581

1. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{18}{29}$

2. א. $a_{12} = 0$

ב. (1) כן, $a_{23} = -a_1$

(2) $n = 23$

ג. לא.

ד. אם האיבר הראשון שלילי, הסדרה עולה: 11 איברים שליליים.
אם האיבר הראשון חיובי, הסדרה יורדת: לא ניתן לדעת.

3. א. על פאה אחת.

ב. 0.3466

ג. 0.5533

4. א. הוכחה.

ב. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

ג. הוכחה.

5. א. 125.67° , 54.33°

ב. $AC = 27.08$

ג. $S_{ABCD} = 171.73$

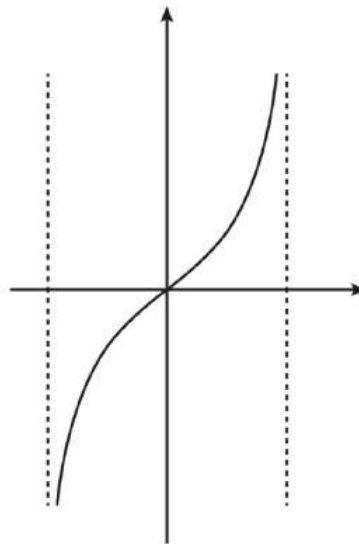
6. א. (1) $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$,

(2) $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$,

(3) עלייה: $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$,

ירידה: אין.

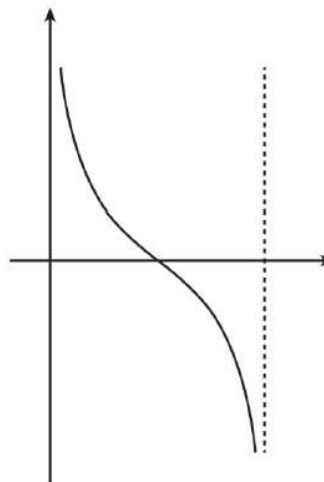
(4)



ב. (1) $0 < x < \pi$,

(2) הוכחה.

(3)



ג. 0.

7. א. (1) עבור $a < 0$: כל x .

עבור $a > 0$: $x \neq \sqrt{a}$, $x \neq -\sqrt{a}$.

(2) $(2, 0)$, $(0, -\frac{4}{a})$.

(3) $y = 1$.

(4) עבור $a < 0$: אין.

עבור $a > 0$: $x = \sqrt{a}$, $x = -\sqrt{a}$.

ב. עבור $a > 4$: מקסימום $(2, 0)$, מינימום $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$.

עבור $a < 4$: מינימום $(2, 0)$, מקסימום $(\frac{a}{2}, \frac{a-4}{a})$.

ג. I : $a > 4$.

II : $a < 0$.

III : $0 < a < 4$.

8. א. $x = \sqrt{3}$.

ב. $x = 5$.