



מאגר בחינות בגרות במתמטיקה

5 יח"ל שאלון

807/582

נערך ע"י מטיק מרכזי למידה

תוכן עניינים

[בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 5\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 8\)](#)

[בגרות קיץ 2102 מועד ב' - שאלון 807 \(עמוד 9\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 807 \(עמוד 13\)](#)

[בגרות חורף 2012 - שאלון 807 \(עמוד 14\)](#)

[בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 19\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 24\)](#)

[בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 807 \(עמוד 26\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 807 \(עמוד 30\)](#)

[בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 31\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 34\)](#)

[בגרות חורף 2014 - שאלון 807 \(עמוד 36\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2014 - שאלון 807 \(עמוד 39\)](#)

[בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 40\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 807 \(עמוד 44\)](#)

[בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 807 \(עמוד 46\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 807 \(עמוד 49\)](#)

[בגרות חורף - 2015 שאלון 807 \(עמוד 51\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2015 - שאלון 807 \(עמוד 53\)](#)

[בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 582/807 \(עמוד 55\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 582/807 \(עמוד 60\)](#)

[בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 582/807 \(עמוד 62\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 582/807 \(עמוד 66\)](#)

[בגרות חורף 2016 - שאלון 582/807 \(עמוד 68\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2016 - שאלון 582/807 \(עמוד 72\)](#)

[בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 582/807 \(עמוד 73\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 582/807 \(עמוד 78\)](#)

[בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 582/807 \(עמוד 80\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 582/807 \(עמוד 84\)](#)

[בגרות חורף 2017 - שאלון 582/807 \(עמוד 86\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2017 - שאלון 582/807 \(עמוד 90\)](#)

[בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 582/807 \(עמוד 92\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 582/807 \(עמוד 96\)](#)

[בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 582/807 \(עמוד 98\)](#)

[פתרון בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 582/807 \(עמוד 102\)](#)

[בגרות חורף 2018 - שאלון 582/807 \(עמוד 104\)](#)

[פתרון בגרות חורף 2018 - שאלון 582/807 \(עמוד 108\)](#)

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעותיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים — $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות — $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ — 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- הערה: קישורית לדוגמאות תשובה לשאלון זה תתפרסם בדף הראשי של אתר משרד החינוך.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה ! המשך מעבר לדף

בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 807

מתמטיקה, קיץ תשע"ב, מס' 317,035807 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = x - 1$,

ומשוואת הצלע AC היא $y = -x + 3$.

הנקודה $D(6, 3)$ נמצאת על הצלע BC.

$$\text{נתון כי } \frac{BD}{DC} = \frac{1}{3}$$

א. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ב. הנקודה $D(6, 3)$ נמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$.

ישר המשיק לפרבולה בנקודה D נפגש בנקודה F עם ישר העובר דרך C

$$\text{כך ש- } FD = FC$$

מצא את שטח המשולש FDC.

2. נתונים שני מישורים π_1 ו- π_2 המקבילים זה לזה.

המרחק בין שני המישורים הוא 2.

מישור π_1 עובר דרך הנקודות $A(2, 0, 3)$ ו- $B(0, 0, 6)$.

מישור π_2 עובר דרך הנקודה $C(-2, 0, 2)$.

מצא את משוואת המישור π_1 ואת משוואת המישור π_2

(מצא את שתי האפשרויות לכל אחד מהמישורים).

/המשך בעמוד 3/

3. א. נתונה המשוואה $z^3 = w$.

נתון כי אחד הפתרונות של המשוואה הוא $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

הראה כי מכפלה של כל שני פתרונות של המשוואה גם היא פתרון של המשוואה.

ב. נתונה פירמידה ישרה ABCDE שבסיסה ריבוע

(ראה ציור).

הזווית בין פאה צדדית בפירמידה

לבסיס הפירמידה היא 70° .

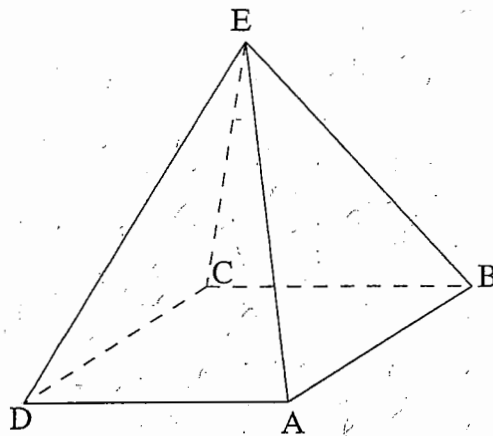
(1) מצא את גודל זווית הראש בפאה צדדית.

(2) נפח הפירמידה הוא 11 סמ"ק.

מצא את האורך של צלע הבסיס של

הפירמידה.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



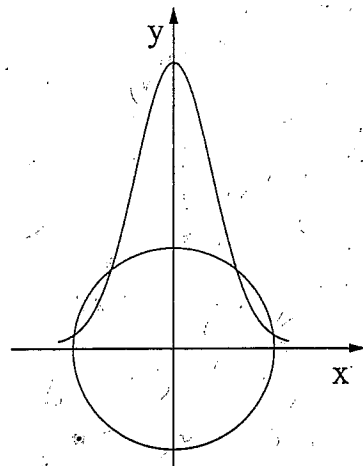
/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^2 - 0.5x^2$.

מעגלים שמרכזם בראשית הצירים

נפגשים עם גרף הפונקציה

(ראה ציור).

מבין כל הרדיוסים של מעגלים אלה

מצא את הרדיוס המינימלי.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{a}{(a^2+1)(ax+1)}$. a הוא פרמטר בפונקציה $f(x)$.נתון כי הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$ מקיימת: $F(a) = \int_0^a f(x) dx$.א. מצא את הפונקציה $F(a)$.ב. בתחום $a \geq 0$ מצא:(1) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(a)$, וקבע את סוגן.(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $F(a)$ עם הצירים (אם יש כאלה).ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $F(a)$ בתחום $a \geq 0$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2012 מועד א' - שאלון 807

1. א. $(x-6)^2 + (y-1)^2 = 16$

ב. 36

2. $\pi_1 : 3x + 6y + 2z - 12 = 0$ או $3x - 6y + 2z - 12 = 0$

$\pi_2 : 3x + 6y + 2z + 2 = 0$ או $3x - 6y + 2z + 2 = 0$

3. א. הוכחה.

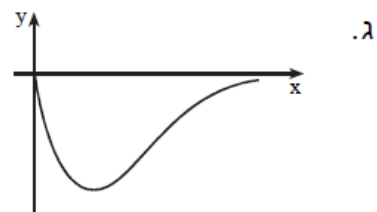
ב. $(1) 37.76^\circ$ $(2) 2.885$ ס"מ.

4. $\sqrt{5}$

5. א. $F(a) = \frac{-\ln(a^2+1)}{a^2+1}$

ב. $(1) (0;0)$ מקסימום. $(2) \left(\sqrt{e}-1; -\frac{1}{e}\right)$ מינימום.

$(2) (0;0)$



בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 807

- 2 - מתמטיקה, תשע"ב, מועד ב', מס' 035807, 317 + נספח

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. במשולש ישר-זווית ABC נתון: $\angle ACB = 90^\circ$, $C(4, -2)$,

משוואת היתר AB היא $2x + y - 3 = 0$,

שיעור ה־x של קדקוד A גדול משיעור ה־x של קדקוד B.

א. מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B, שעבורם

ניצבי המשולש ABC מקבילים לצירים.

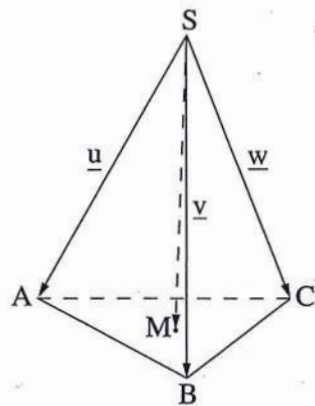
ב. נתון כי ניצבי המשולש ABC אינם מקבילים לצירים, אך אורך היתר שלו זהה לאורך היתר

במשולש שבסעיף א.

מצא את השיעורים של קדקוד A ואת השיעורים של קדקוד B במקרה זה.

/המשך בעמוד 3/

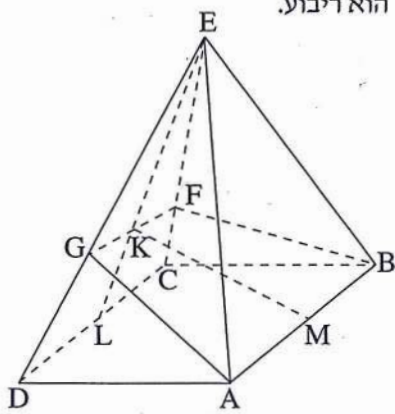
2. נתונה פירמידה ישרה $SABC$. נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.
 M היא נקודה במישור ABC כך ש- $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.
 נתון: $\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{v} \cdot \underline{w} = \underline{u} \cdot \underline{w}$.
 א. הוכח כי הווקטור $\vec{SM}$ מאונך למישור ABC .
 נתון גם:
 $\underline{u} = (-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2)$
 $\underline{v} = (\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -2)$
 $\underline{w} = (0, \sqrt{3}, -2)$, $C(0, \sqrt{3}, 0)$



- ב. מצא את משוואת המישור ABC .
 ג. דרך קדקוד C העבירו מישור π המקביל למקצוע AB ויוצר זווית של 30° עם המישור ABC . מצא את משוואת המישור π (מצא את שני הפתרונות).

3. א. z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים שונים מאפס. נתון כי $\frac{z_1}{z_2}$ הוא מספר מדומה טהור.
 הוכח כי הישר העובר דרך הנקודה z_1 וראשית הצירים מאונך לישר העובר דרך הנקודה z_2 וראשית הצירים. (הנקודות z_1 ו- z_2 מייצגות במישור גאוס את המספרים הנתונים).

ב. נתונה פירמידה ישרה $EABCD$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.
 F היא נקודה על המקצוע EC ,
 G היא נקודה על המקצוע ED כך שנוצר המישור $GFBA$.
 EL , הגובה ל- DC בפאה EDC ,
 חותך את GF בנקודה K .
 KM הוא אנך אמצעי ל- AB (ראה ציור).
 הזווית בין פאה צדדית של הפירמידה



- לבסיס הפירמידה היא 70° . הזווית בין המישור $GFBA$ לבסיס הפירמידה היא 40° . גובה הפירמידה הוא 2.75 ס"מ.
 מצא את האורך של הקטע KL .
 הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

/המשך בעמוד 4/

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a \ln x}{\sqrt{x}}$, $a < 0$.

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. השטח, החסום על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר העובר בנקודת הקיצון

של הפונקציה ומאונך לציר ה- x , מסתובב סביב ציר ה- x . נפח גוף הסיבוב שמתקבל הוא $\frac{8\pi}{3}$.

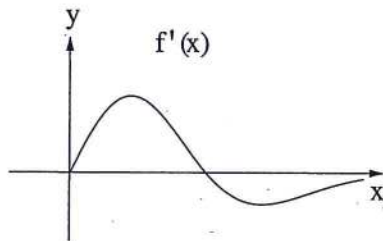
מצא את הערך של a .

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - a)e^{-0.5x^2}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.

א. (1) האם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.

(2) האם פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא זוגית או אי-זוגית? נמק.



בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $x \geq 0$.

בתחום זה יש לפונקציית הנגזרת $f'(x)$

מקסימום מוחלט ומינימום מוחלט, כמתואר בציור.

אחת מנקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x היא נקודה

שבה $x = \sqrt{\frac{5}{2}}$.

ב. מצא את שיעורי ה- x (ערכים מספריים) של המקסימום המוחלט ושל המינימום המוחלט

של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בכל תחום ההגדרה שלה.

ד. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא:

(1) הגדול ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

(2) הקטן ביותר בכל תחום הגדרתה. נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2012 מועד ב' - שאלון 807

1. א. $B(2.5; -2)$, $A(4; -5)$.

ב. $B(1.6; -0.2)$, $A(3.1; -3.2)$.

2. א. הוכחה.

ב. $z = 0$.

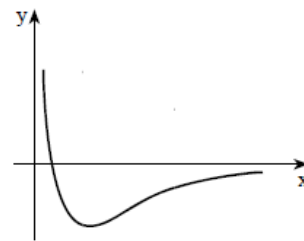
ג. $y - \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$ או $y + \sqrt{3}z - \sqrt{3} = 0$.

3. א. הוכחה.

ב. 1.369 ס"מ.

4. א. (1) $x > 0$, (2) $(1; 0)$, (3) עלייה: $x > e^2$; ירידה: $0 < x < e^2$.

ב.



ג. $a = -1$.

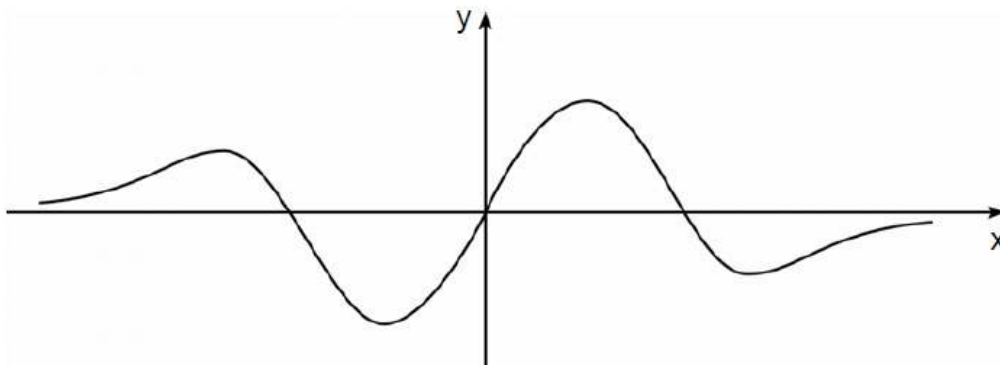
5. א. (1) הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(2) פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא אי-זוגית.

ב. מקסימום מוחלט: $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

מינימום מוחלט: $x = \sqrt{5}$.

ג.



ד. (1) $x = \sqrt{\frac{1}{2}}$, (2) $x = -\sqrt{\frac{1}{2}}$.

בגרות חורף 2012 - שאלון 807

מתמטיקה, חורף תשע"ב, מס' 035807

- 2 -

+ נספח

ה ש א ל ו ת

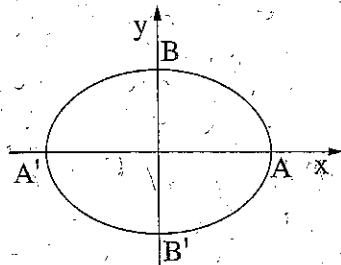
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. האליפסה $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ הותכת את ציר ה- x

בנקודות A ו- A' , ואת ציר ה- y היא

הותכת בנקודות B ו- B' , כמתואר בציור.

א. נתון כי הישר $y = -\frac{5}{4}x$ מאונך לישר $A'B$,

והמרחק בין הנקודה B לאחד המוקדים של האליפסה הוא 5.

מצא את משוואת האליפסה.

ב. F_1 ו- F_2 הם המוקדים של האליפסה. E היא נקודה על האליפסה.

מצא את ההיקף של המשולש EF_1F_2 .

ג. מקרבים את מוקדי האליפסה זה לזה לאורך ציר ה- x .

נוצרת אליפסה קנונית חדשה העוברת גם היא דרך הנקודות A ו- A' ,

ומוקדיה הם F'_1 ו- F'_2 .

E' היא נקודה על האליפסה החדשה כך ש- $E'E$ מקביל לציר ה- y .

הגובה לצלע $F'_1F'_2$ במשולש $E'F'_1F'_2$ גדול פי k ($k > 1$) מהגובה

לצלע F_1F_2 במשולש EF_1F_2 .

(1) הבע באמצעות k את משוואת האליפסה החדשה.

(2) עבור איזה ערך של k המוקדים F'_1 ו- F'_2 יתלכדו לנקודה אחת

בראשית הצירים? נמק.

/המשך בעמוד 3/

+ נספח

2. נתונה פירמידה ABCDT שבסיסה ABCD הוא מקבילית.

משוואת מישור הבסיס ABCD היא: $2x + 2y - z - 4 = 0$ הצגה פרמטרית של הישר TB היא: $\underline{x} = (1, 2, -7) + t(3, 2, 1)$

א. מצא את השיעורים של הקדקוד B.

ב. אלכסוני המקבילית ABCD נפגשים בנקודה M.

אחת מהנקודות M ו-D נמצאת על ציר ה-x, ואחת מהן נמצאת על ציר ה-z.

קבע איזו מהנקודות נמצאת על ציר ה-x. נמק.

ג. דרך נקודה על הישר TB העבירו אנך למישור המקבילית ABCD. האנך חותך

את המישור בנקודה E.

(1) מצא הצגה פרמטרית של הישר BE (ההיטל של הישר TB על מישור המקבילית).

(2) מצא את המצב ההדדי בין הישר BE לאלכסון BD.

/המשך בעמוד 4/

3. א. z הוא מספר מרוכב הנמצא ברביע הרביעי, והערך המוחלט שלו הוא 1.

נתון: $\left|1 + \frac{1}{z}\right| = \sqrt{3}$.

O היא ראשית הצירים.

מצא במשולש $O z \bar{z}$:

(1) את זוויות המשולש.

(2) את אורכי הצלעות של המשולש.

ב. נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

M היא נקודה על המקצוע SC

כך ש- $\angle DMB$ היא הזווית

שבין שתי פאות סמוכות (ראה ציור).

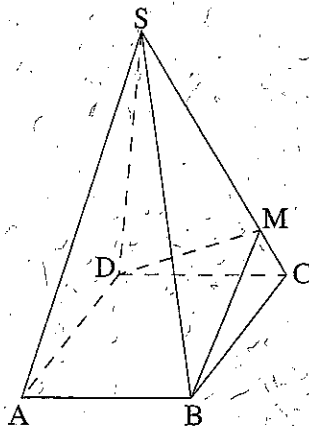
נתון: $\angle DMB = 2\alpha$,

זווית הבסיס בפאה צדדית היא β .

(1) מצא את הערך של המכפלה $\sin \alpha \cdot \sin \beta$.

(2) האם ייתכן ש- $\alpha = 45^\circ$? נמק.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.



פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתון כי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$, המוגדרות לכל x , מקיימות:

$$g'(x) = e^{f(x)} \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה, חותך את ציר ה- y

בנקודה שבה $y = -\frac{1}{4}$.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של פונקציית הנגזרת $g'(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה) של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(3) נתון גם: $g'''(x) < 0$ עבור $x < 1.5$

$g'''(x) > 0$ עבור $x > 1.5$

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$. נמק.

ב. לישר $y = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}} + 1$ ולפונקציה $g(x)$ יש נקודה משותפת אחת בלבד.

מצא את הפונקציה $g(x)$. נמק.

5. משקל העץ בשני יערות, יער I ויער II, גדל עם הזמן לפי פונקציות

$$f(x) = N_0 \cdot a^x \text{ ו- } g(x) = M_0 \cdot b^x \text{ בהתאמה.}$$

העצים בשני היערות ניטעו באותו תאריך.

ביום הנטיעה היו ביער I 10,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 15,000 טון עץ.

ביום הנטיעה היו ביער II 40,000 טון עץ, וכעבור שנה היו בו 45,000 טון עץ.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$ ואת הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא כעבור כמה זמן מיום הנטיעה יהיה משקל העץ ביער I גדול ממשקל העץ ביער II.

ג. סרטט בקו מלא (—) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, ובקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, החל מיום הנטיעה.

ציין מספרים על הצירים.

ד. כעבור כמה זמן מיום הנטיעה ההפרש בין משקל העץ ביער II למשקל העץ ביער I

יהיה הגדול ביותר?

בתשובותיך דליק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 807

מתמטיקה, קיץ תשע"ג, מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

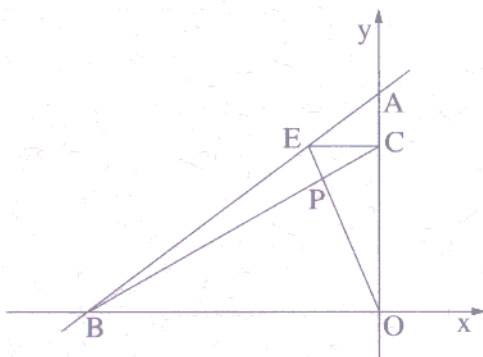
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות הנקודות: $A(0, 6)$, $B(-8, 0)$.

דרך הנקודה E שעל הקטע AB מעבירים

ישר המקביל לציר ה- x

(הנקודה E שונה מ- A ומ- B).

הישר חותך את ציר ה- y בנקודה C.

הישר BC חותך את הישר OE בנקודה P.

O — ראשית הצירים (ראה ציור).

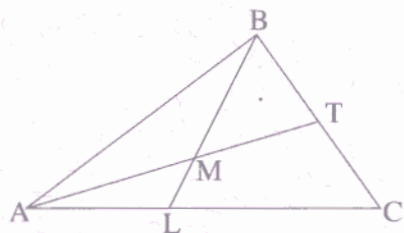
א. הראה כי המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P הנוצרות באופן שתואר,

נמצא על קו ישר.

ב. הנקודה P_0 נמצאת על המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א, כך שהנקודה E היא

מרכז המעגל החוסם את המשולש ABO.

מצא את שטח המשולש AP_0O .



2. במשולש ABC התיכון לצלע BC הוא AT.

הנקודה L נמצאת על הצלע AC.

AT ו-BL נפגשים בנקודה M

(ראה ציור).

נסמן: $\vec{BM} = \beta \vec{BL}$, $\vec{AM} = \alpha \vec{AT}$, $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

א. נתון: $\frac{AL}{LC} = \frac{3}{4}$.

מצא את הערך של α ואת הערך של β .

ב. (1) מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי שעליו מונחות הנקודות B,

שעבורן במשולש ABC מתקיים: $AT = \sqrt{50}$, $\underline{v} = (7, 7)$, $A(1, 0)$.

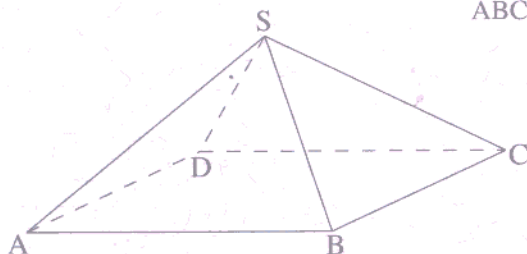
על פי הנתונים שבתת-סעיף ב(1) והנתון שבסעיף א ענה על התת-סעיפים (2) ו-(3).

(2) מצא את השיעורים של הנקודה L.

(3) אם הישר MB מקביל לציר ה-y, מצא את השיעורים של הקדקוד B.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

המשך בעמוד 4



3. א. נתונה פירמידה $SABCD$ שבסיסה $ABCD$

הוא מקבילית (ראה ציור).

נסמן: $\vec{SA} = \underline{w}$, $\vec{SB} = \underline{u}$,

$\vec{SD} = \underline{v}$

(1) הבע באמצעות $\underline{w}$, $\underline{u}$, $\underline{v}$

את הווקטור $\vec{SC}$.

(2) נתון גם: $SC = SA$, $SD = SB$, $|\underline{w}| = 2a$, $|\underline{u}| = a$,

$\angle ASD = \alpha$, $\angle ASB = \beta$, $\angle DSB = 90^\circ$

הראה כי $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$.

ב. z הוא מספר מרוכב.

(1) פתור את המשוואה $|z| + 2z = \sqrt{3}$.

(2) הראה כי כאשר n הוא מספר טבעי, אז z^{6n} יכול לקבל רק שני ערכים.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

המשך בעמוד 5

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$4. \text{ נתונה פונקציית הנגזרת } f'(x) = \frac{2\ln x \cdot (2 - \ln x)}{x \cdot (1 - \ln x)^2}$$

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f'(x)$.(2) אחת משתי האסימפטוטות האנכיות של $f'(x)$ היא $x = 0$.

מצא את האסימפטוטה האנכית השנייה.

(3) מצא את נקודות החיתוך של הגרף של $f'(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).(4) מצא את התחומים שבהם $f'(x)$ היא שלילית, ואת התחומים שבהם היא חיובית.ב. ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש גם אסימפטוטה אופקית, $y = 0$.סרטט סקיצה של הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.ג. הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x > e$.

(1) מצא אתה השיעורים של נקודת ההשקה. נמק.

(2) הסבר מדוע $f(e^3) < -4$.(3) השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום $e^2 \leq x \leq e^3$, שווה ל-0.5.מצא את הערך של $f(e^3)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a^{x+1}}{a^{2x} - 1}$, $0 < a < 1$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. הראה כי הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
 - ג. מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ה. ידוע שפונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא פונקציה זוגית. העבירו ישר ℓ המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$, והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחרת, T . שני המשיקים מקבילים זה לזה.
- (T) היא הנקודה היחידה על גרף הפונקציה $f(x)$ שבה המשיק מקביל ל- ℓ .
- הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של הנקודה T . נמק.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2013 מועד א' - שאלון 807

1. א. המקום הגיאומטרי שעליו נמצאות הנקודות P

נמצא על הקו הישר $y = 1\frac{1}{2}x + 6$.

ב. 8 יח"ר.

2. א. $\beta = 0.7$, $\alpha = 0.6$

ב. (1) $(x+6)^2 + (y+7)^2 = 200$ (2) $(4;3)$ (3) $(4;-17)$

3. א. (1) $\vec{SC} = \underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$ (2) הוכחה.

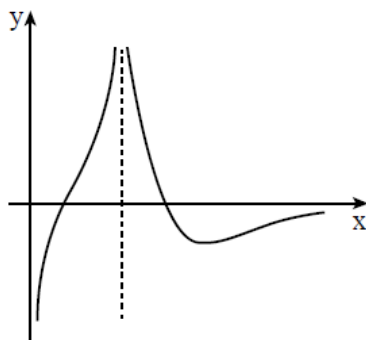
ב. (1) $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

(2) הוכחה, שני הערכים האפשריים הם 1 ו-1.

4. א. (1) $x \neq e$, $x > 0$ (2) $x = e$ (3) $(e^2; 0)$, $(1; 0)$

(4) חיובית: $e < x < e^2$ או $1 < x < e$; שלילית: $x > e^2$ או $0 < x < 1$.

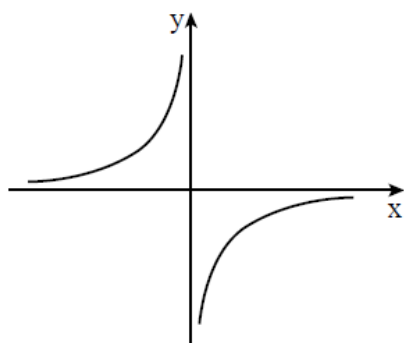
ב.



ג. (1) $(e^2; -4)$ (2) הוכחה. (3) -4.5.

5. א. $x \neq 0$. ב. הוכחה. ג. עלייה: $x > 0$ או $x < 0$; ירידה: אין.

ד.



ה. $\left(-1; \frac{a^2}{1-a^2}\right)$.

בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 807

- 2 - מתמטיקה, תשע"ג, מועד ב', מס' 035807, 317 + נספח

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-a, 0)$ ו- $B(a, 0)$, $a > 0$.

המקום הגאומטרי של כל הנקודות שמרחקן מהנקודה A גדול פי 2 ממרחקן מהנקודה B

זהה למקום הגאומטרי של מספרים מרוכבים z המקיימים $|z + b| = 4$.

a ו- b הם פרמטרים ממשיים.

א. מצא את הערך של a ואת הערך של b.

ב. מלבן TNEF, שצלעותיו מקבילות לצירים, חסום במקום הגאומטרי המתואר בפתיח.

שיעורי ה- y של הקדקודים E ו- F קטנים מ- 0.

המספר המרוכב $z = 2 + iy$ מייצג את הקדקוד T של המלבן.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך ש- $\vec{CN} \cdot \vec{CF} = -16$.

מצא את השיעורים של הנקודה C.

2. הישר ℓ עובר דרך הנקודות $A(0, 0, 1)$ ו- $B(1, 1, 0)$.

הישר מאונך למישור π_1 , וחותר את המישור בנקודה D.

המישור π_1 עובר דרך ראשית הצירים O.

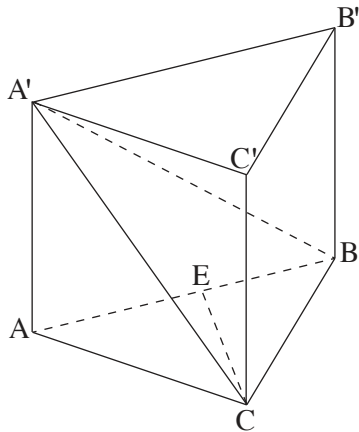
א. מצא את שטח המשולש OAD.

ב. (1) המישור π_2 מכיל את ציר ה- x ומקביל לישר ℓ .

מצא את הזווית בין הישר ℓ ובין ישר החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .

(2) מצא את המרחק של הישר ℓ מישור החיתוך שבין המישור π_1 למישור π_2 .

המשך בעמוד 3



3. נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$

שבסיסה משולש שווה-צלעות.

הנקודה E נמצאת על המקצוע AB

כך ש- $AE = kAB$ ($0 < k < 1$).

א. נתון כי הזווית בין המישור $A'EC$

למישור ABC היא הזווית $A'EA$.

מצא את הערך של k.

נתון: $AC = 2$, $\angle A'EA = 45^\circ$.

הזווית בין המישור $A'EC$ למישור ABC היא $\angle A'EA$.

ב. חשב את הזווית בין המישור ABC למישור $A'BC$.

נקודה F נמצאת על המישור $A'BC$ (לאו דווקא על BC) כך ש- $\vec{AF}$ מאונך ל- $\vec{BC}$,

ומתקיים: $\vec{A'F} = t\vec{A'C} + m\vec{A'B}$.

ג. סמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, והוכח כי $t = m$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. א. נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{-ax}$, $g(x) = e^{ax}$, $a > 0$.

(1) סמן במערכת צירים את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

והישר $x = \frac{1}{a}$ ואת השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

והישר $x = -\frac{1}{a}$.

(2) השטחים שסימנת בתת-סעיף א (1) מסתובבים סביב ציר ה- x .

הבע כפונקציה של a את הנפח הכולל של גוף הסיבוב שנוצר, $V(a)$.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $V(a)$.

ב. בתאריך 1/1/2005 הופקד בבנק א' סכום כסף מסוים, ובאותו תאריך הופקד גם בבנק ב'

אותו סכום כסף. בכל אחד מהבנקים סכום הכסף שהופקד גדל כל שנה באחוז קבוע.

כעבור 7 שנים היו בבנק א' 12,298 שקלים, ובבנק ב' היו 13,162 שקלים.

כעבור כמה שנים מהתאריך 1/1/2005 יהיה בבנק ב' סכום כסף הגדול ב- 25% מסכום

הכסף שיהיה בבנק א'?

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

המשך בעמוד 5

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{kx}{\ln x}$, k הוא פרמטר שונה מ-0.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (1) מצא עבור אילו ערכים של k לפונקציה $f(x)$ יש מקסימום.
נתון כי בתחום $x > 1$ הפונקציה $f(x)$ מקבלת את כל הערכים $y \leq -2$ ורק אותם.
(2) מצא את הערך של k .
(3) נתון גם כי הישר $x = 1$ הוא האסימפטוטה היחידה של הפונקציה $f(x)$.
סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בכל תחום הגדרתה.
- ג. מבין המשיקים לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 1$, מצא את נקודת ההשקה של המשיק ששיפועו מינימלי.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2013 מועד ב' - שאלון 807

1. א. $b = -5$, $a = 3$.

ב. $C(5; 0)$.

2. א. $\frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{\sqrt{18}}$.

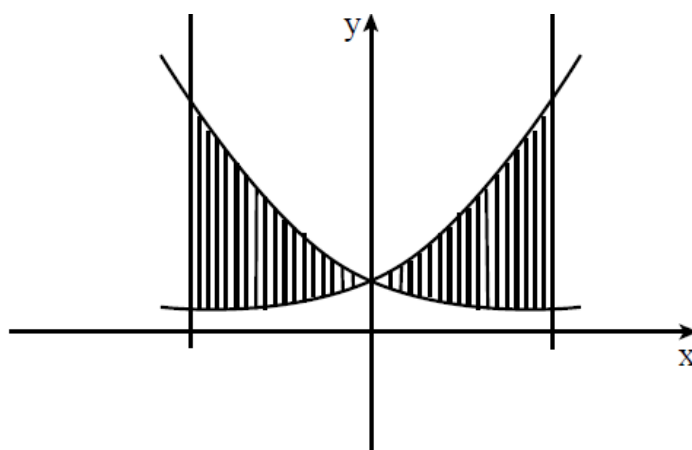
ב. (1) 90° (2) $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. א. $k = \frac{1}{2}$.

ב. 30° .

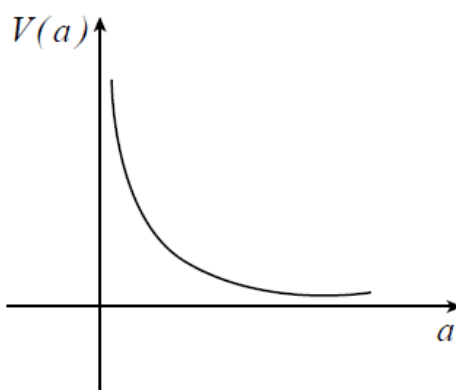
ג. הוכחה.

4. א. (1)



(2) $\pi \cdot \frac{e^2 + e^{-2} - 2}{a}$

(3)



בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 807

מתמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

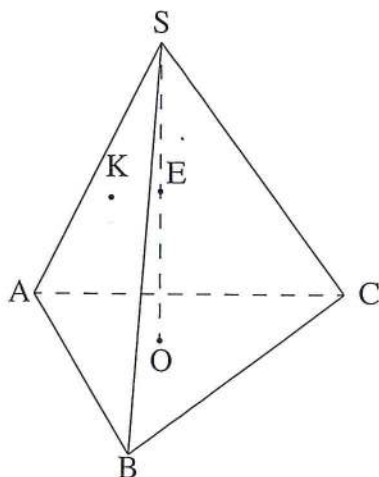
1. א. מצא את המשוואה של המקום הגאומטרי של הנקודות, שהמרחק של כל אחת מהן

מהישר $-5x + 12y + 13 = 0$, הוא 3.

ב. מהי משוואת המקום הגאומטרי של מרכזי המעגלים המשיקים בשתי נקודות

למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א?

ג. האם ציר ה- y יכול להשיק בנקודה $(0,0)$ לאחד המעגלים שבסעיף ב? נמק.



2. נתונה פירמידה ישרה SABC, שבסיסה ABC

הוא משולש שווה-צלעות.

גובה הפירמידה הוא SO.

נקודה E היא אמצע SO (ראה ציור).

נקודה F מקיימת: $\vec{SF} = t\vec{SC}$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{OS} = \underline{w}$.

נקודה K מקיימת: $\vec{SK} = \frac{1}{9}\underline{u} - \frac{2}{9}\underline{v} - \frac{2}{3}\underline{w}$.

מצא את הערך של t , אם ידוע שהנקודות F, K, E נמצאות על ישר אחד.

מותמטיקה, קיץ תשע"ד, מס' 317, 035807 + נספח

א. סרטט במישור גאוס סקיצה של המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z

המקיימים: $|z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$. נמק.

ב. המקום הגאומטרי שבסעיף א נפגש עם ציר ה' x בנקודה z_1 .

נתונה הנקודה $M(-3, \sqrt{3})$. נסמן ב' O את ראשית הצירים.

המספר המרוכב z_2 נמצא על המקום הגאומטרי שבסעיף א

כך שהמרחק $z_1 M z_2 O$ הוא דלתון.

מצא את הזווית החדה של הדלתון.

ג. (1) מצא את הארגומנט של z_2 .

(2) מבין המספרים המרוכבים z שבסעיף א, מהו המספר שיש לו הארגומנט הגדול ביותר?

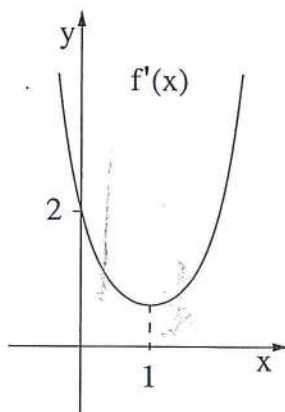
מהו ארגומנט זה?

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת לכל x .א. על פי הגרף של $f'(x)$ מצא תחומי קעירות כלפי מעלה $\cup$ וכלפי מטה $\cap$ של הפונקציה $f(x)$, המוגדרת לכל x . נמק.נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y

בחלקו השלילי.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.ג. נתון גם: $f(x) = (x - a)e^{0.5x^2 - x}$, a הוא פרמטר.היעזר בנתונים בגרף של $f'(x)$, וחשב את השטח המוגבלעל ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.5. נתונה הפונקציה $f(x) = \log_4(x^2 + 4x + c)$, c הוא פרמטר.נתון כי לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה $x = -2$.א. (1) מצא את ערך הפרמטר c .

(2) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. (1) נתונה הפונקציה $g(x) = -|f(x)|$.סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות בלבד?**בהצלחה!**זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות קיץ 2014 מועד א' - שאלון 807

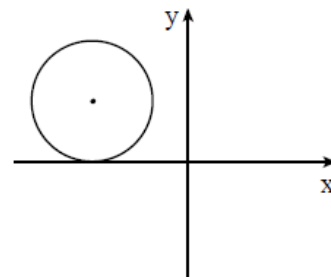
1. א. $-5x + 12y + 52 = 0$, $-5x + 12y - 26 = 0$.

ב. $-5x + 12y + 13 = 0$.

ג. לא.

2. $t = \frac{1}{3}$.

3. א.



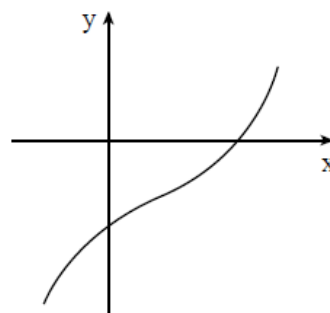
ב. 60° .

ג. 120° (1) .

(2) המספר המרוכב הוא $z = -3$. הארגומנט הוא 180° .

4. א. $x < 1 : \cap$; $x > 1 : \cup$.

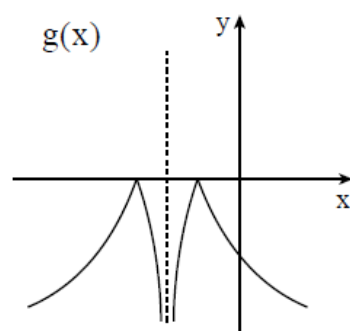
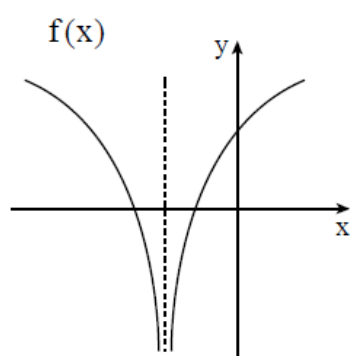
ב.



ג. $1 - e^{-0.5} = 1 - \frac{1}{\sqrt{e}} = 0.393$.

5. א. (1) $c = 4$ (2) $x \neq -2$ (3) עלייה : $x > -2$; ירידה : $x < -2$.

(4) $(0;1)$, $(-1;0)$, $(-3;0)$ (5)



ב. (1)

(2) $k = 0$.

בגרות חורף 2014 - שאלון 807

- 2 - מתמטיקה, חורף תשע"ד, מס' 035807, 317 + נספח

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. הנקודות $C(x_1, y_1)$ ו- $D(x_2, y_2)$ נמצאות ברביע הראשון על הפרבולה $y^2 = 4x$.

א. (1) הראה כי שיפוע המיתר CD הוא $m = \frac{4}{y_2 + y_1}$.

(2) הנקודה $(x, 3)$ היא אמצע המיתר CD .

מצא את m .

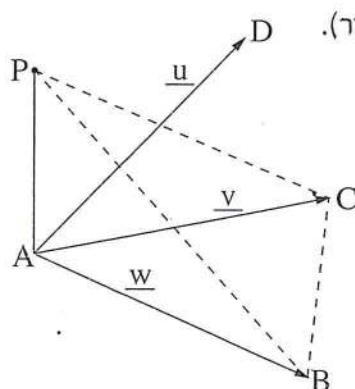
ב. נתון כי מרחק כל נקודה על הפרבולה הנתונה מהישר $x = a$ שווה למרחקה

מהנקודה $(1, 0)$.

מרחק הנקודה C מהישר $x = 2a$ הוא 6.

(1) מהו הערך של a ? נמק.

(2) מצא את משוואת הישר CD .



2. נתונים הווקטורים: $\vec{AD} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{w}$ (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = \angle DAC = 60^\circ$, $\angle DAB = 90^\circ$,

$$|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 2$$

א. האם ייתכן ששלושת הווקטורים $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$

נמצאים במישור אחד? נמק.

נתון גם כי הווקטור $\vec{AP} = a\underline{u} + b\underline{v} + \underline{w}$

מאונך למישור ABC , a ו- b הם פרמטרים (ראה ציור).

ב. מצא את האורך של $\vec{AP}$ (ערך מספרי).

ג. היעזר בחישובים טריגונומטריים ומצא את הזווית

בין המישור PCB ובין המישור ABC .

/המשך בעמוד 3/

3. המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z מקיים: $|z - 12 - 5i| = 7$.
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים $w = x + iy$ מקיים: $\arg(w) = 45^\circ$.
 ($\arg(w)$ היא הזווית בהצגה הקוטבית של w).
 המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים w חותך את המקום הגאומטרי של המספרים המרוכבים z בנקודות B ו- C .
 א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצות של שני המקומות הגאומטריים.
 ב. הנקודות B ו- C מייצגות במישור גאוס את המספרים המרוכבים z_1 ו- z_2 בהתאמה. מצא את $\arg(z_2 \cdot z_1)$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2e^{\sqrt{x}}$.
 א. מצא:
 (1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) את תחומי העלייה והירידה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $y = 2 \cdot f'(x)$,
 והראה כי נקודה זו נמצאת על גרף הפונקציה $y = f(x^2)$, $x > 0$.
 ג. הפונקציות $y = 2 \cdot f'(x)$ ו- $y = f(x^2)$ נפגשות בנקודה אחת בלבד (הנקודה שמצאת בסעיף ב).
 השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי פונקציות אלה ועל ידי הישר $x = a$, $a > 1$, שווה ל- $8e - 2 \cdot f(a)$.
 מצא את הערך של a . תוכל להשאיר $\ln$ בתשובתך.
 /המשך בעמוד 4/

5. א. קבלן מציע דירות למכירה בתשלומים חודשיים. בתאריך 1/1/2012 התשלום החודשי עבור הדירה היה 5900 שקל, ובכל חודש התשלום גדל ב- 0.2%.
- המשכורת החודשית של רן בתאריך 1/1/2012 הייתה 8000 שקל, ובכל חודש היא גדלה ב- 1.2%.
- רן יכול להתחיל לשלם עבור הדירה רק אחרי התאריך שבו התשלום החודשי עבור הדירה יהיה 60% ממשכורתו החודשית.
- כעבור כמה חודשים שלמים מהתאריך 1/1/2012 יוכל רן להתחיל לשלם עבור הדירה?
- ב. נתונה הפונקציה $f(x) = x^n \cdot \ln(x^n)$. הפרמטר n הוא מספר טבעי וזוגי.
- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) קבע אם הפונקציה $f(x)$ היא זוגית או אי-זוגית. נמק.
- (3) הראה כי יש רק ישר אחד המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ ומקביל לציר ה- x , ומצא את משוואתו.
- הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2014 - שאלון 807

1. א. (1) הוכחה. (2) $m = \frac{2}{3}$.

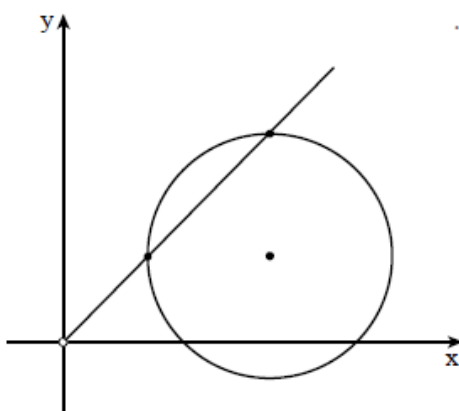
ב. (1) $a = -1$. (2) $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$.

2. א. לא ייתכן.

ב. $2\sqrt{6}$.

ג. 70.53° .

3. א.



ב. $\arg(z_2 \cdot z_1) = 90^\circ$.

4. א. (1) $x \geq 0$.

(2) עלייה: $x > 1$; ירידה: $0 < x < 1$.

ב. $(1; 2e)$ מינימום.

ג. $a = 1 + \ln 3$.

5. א. 21 חודשים.

ב. (1) $x \neq 0$.

(2) הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

(3) משוואת המשיק היא $y = -\frac{1}{e}$.

בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 807

מתמטיקה, קיץ תשע"ה, מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה המקיימת: $y^2 = 2px$, $p > 0$.

נקודה D נמצאת על הפרבולה ברביע הראשון במרחק 8 מציר ה- x .

א. הבע באמצעות p את המרחק של הנקודה D מן המדריך של הפרבולה.

מעבירים שני מעגלים: מעגל ראשון שמרכזו בנקודה D ורדיוסו $p + 4$,

מעגל שני שמרכזו במוקד F של הפרבולה.

המעגל השני משיק מבחוץ למעגל הראשון ומשיק גם לציר ה- y .

ב. היעזר בסעיף א, ומצא את משוואת הפרבולה.

ג. נקודה K נמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת.

דרך הנקודה K העבירו משיק לפרבולה ואנך למשיק.

המשיק והאנך חותכים את ציר ה- x בנקודות T ו- S בהתאמה.

המרחק בין הנקודה T לנקודה S הוא 16.

מצא את השיעורים של הנקודה K. (מצא את שתי האפשרויות).

בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

2. נתון ישר ℓ שמשוואתו $\underline{x} = (1, 2, -4) + t(1, -2, 2)$.

מישור π מאונך לישר ℓ , וחותך את ציר ה- x בנקודה A .

נקודה A נמצאת על הקרן החיובית של ציר ה- x במרחק 8 מראשית הצירים O .

נקודות B ו- C הן נקודות החיתוך של המישור π עם ציר ה- y ועם ציר ה- z בהתאמה.

א. (1) מצא את האורך של כל אחד מששת המקצועות של הפירמידה $OABC$.

(2) האם הפירמידה $OABC$ היא ישרה? נמק.

ב. נקודה D נמצאת על הקטע AC כך ש- OD חוצה-זווית AOC .

מהו המצב ההדדי בין הישר OD לישר BC ? נמק.

3. נתונה המשוואה $z^n = 8$, z הוא מספר מרוכב, $n > 2$.

א. הוכח כי n הפתרונות של המשוואה הם קדקודים של מצולע משוכלל.

המספרים z_0, z_1, z_2, z_3 הם ארבעה קדקודים עוקבים מבין n הקדקודים של המצולע

שבסעיף א (לפי סדר המספרים הרשום).

z_0 הוא מספר ממשי וחיובי. z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון.

נתון: $z_0 \cdot z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = -\sqrt{8}i$.

ב. מצא את הערך של n .

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot e^{-\frac{x^2}{8}}$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

ב. (1) הבע באמצעות a (במידת הצורך) את השיעורים של נקודות הקיצון

של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = -1$, אם נתון כי $a = 2$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = [f(x)]^2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

המשך בעמוד 5

5. נתונה הפונקציה $f(x) = a \cdot x \cdot \ln x - x^2$, a הוא פרמטר גדול מ-0.

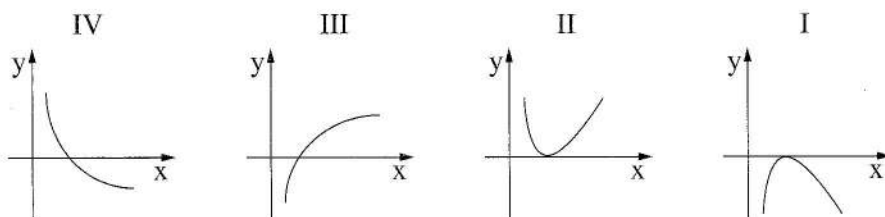
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת פיתול אחת בלבד, והבע את שיעור ה- x שלה

באמצעות a .

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$?

נמק.



ד. (1) אם שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ שווה ל-0, מצא את הערך של a .

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור הערך של a שמצאת.

(3) האם עבור הערך של a שמצאת, יש לפונקציה $f(x)$ נקודות קיצון? נמק.

ה. מצא עבור אילו ערכים של a שיפוע המשיק בנקודת הפיתול של $f(x)$ גדול מ-0.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2015 מועד א' - שאלון 807

1. א. $\frac{32}{p} + \frac{p}{2}$. ב. $y^2 = 8x$. ג. $(6; \sqrt{48})$, $(6; -\sqrt{48})$.

2. א. (1) $OA = 8$, $OB = 4$, $OC = 4$, $AC = \sqrt{80}$, $AB = \sqrt{80}$, $BC = \sqrt{32}$.

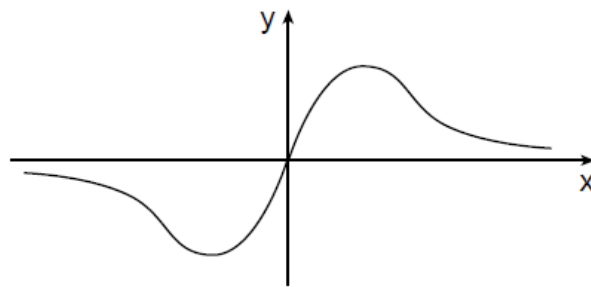
(2) הפירמידה אינה ישרה (בפירמידה ישרה המקצועות הצדדיים שווים זה לזה).

ב. מצטלבים.

3. א. הוכחה. ב. $n = 8$.

4. א. הוכחה. ב. (1) $\left(-2; -\frac{2a}{\sqrt{e}}\right)$ מינימום, $\left(2; \frac{2a}{\sqrt{e}}\right)$ מקסימום.

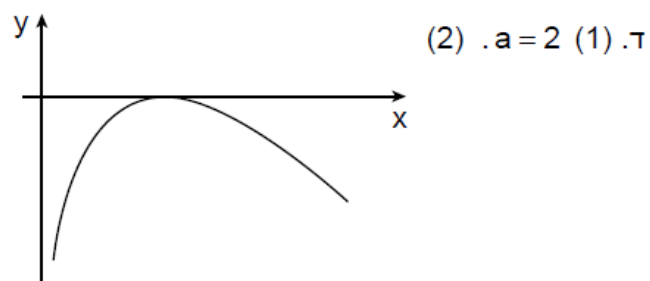
(2)



ג. $16 - \frac{16}{\sqrt[8]{e}} \approx 1.88$.

ד. $x = -2$ מקסימום, $x = 0$ מינימום, $x = 2$ מקסימום.

5. א. $x > 0$ ב. $x = \frac{a}{2}$ ג. גרף IV.



(3) לא.

ה. $a > 2$.

בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 807

- 2 -

מתמטיקה, קיץ תשע"ה, מועד ב', מס' 317,035807 + נספח

ה ש א ל ו ת

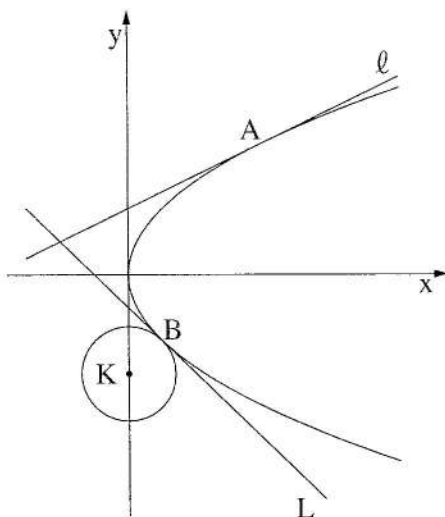
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונה הפרבולה $y^2 = 4x$.

הישרים ℓ ו- L משיקים לפרבולה

בנקודות A ו- B בהתאמה.

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון

והנקודה B נמצאת ברביע הרביעי,

כמתואר בציור.

המשיקים נפגשים בנקודה $(-2, 1)$.

א. מצא את השיעורים של הנקודה A ,

ואת השיעורים של הנקודה B .

ב. הפרבולה משיקה בנקודה B למעגל

שמרכזו K נמצא על ציר ה- y (ראה ציור).

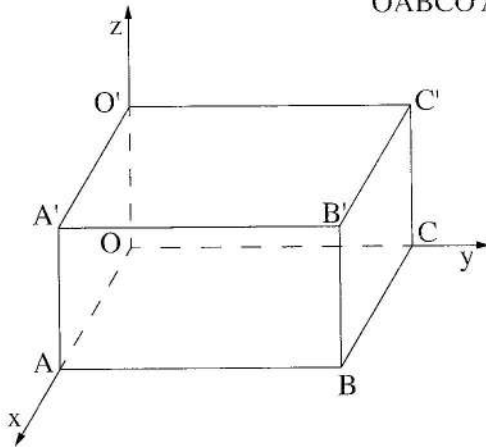
מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- y בראשית הצירים ומשיק מבחוץ למעגל שמרכזו K .

המרכז M נמצא משמאל לציר ה- y .

(1) מצא את השיעורים של המרכז K .

(2) מצא את משוואת המעגל שמרכזו M .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



2. המקצועות OA , OC ו- OO' של התיבה $OABCO'A'B'C'$

מונחים על הצירים, כמתואר בציור.

נתון כי המישור $2x + y + 2z - 2m = 0$

עובר דרך הקדקודים A , C ו- O' .

m הוא פרמטר גדול מ-0.

א. האם הישר BC' מקביל למישור הנתון

או חותך אותו? נמק.

ב. הישר $O'M$ נמצא במישור הנתון,

ואינו מתלכד עם הישר $O'A$.

(1) האם הישרים BC' ו- $O'M$ מקבילים? נמק.

(2) הבע באמצעות m את המרחק בין הישרים BC' ו- $O'M$.

ג. דרך הקדקודים C' ו- B העבירו אנכים למישור ACO' .

האנכים חותכים את המישור בנקודות E ו- F .

אורך הקטע EF הוא $2\sqrt{2}$.

מצא את הערך של m .

3. א. סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי המקיים $|z^2 - 3i| = |z^2 - i|$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. שני מספרים מרוכבים שונים, z_1 ו- z_2 , נמצאים על המקום הגאומטרי שסרטטת.

המרחק של z_1 מראשית הצירים שווה למרחק של z_2 מהראשית.

נתון: $z_1 = 1 + iy_1$ (y_1 הוא מספר ממשי).

מצא את הארגומנט של z_2 .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln \frac{a+x}{a-x}$. a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) את שתי האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. הישר $y = x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת הפיתול שלה.

לפונקציה $f(x)$ ולפונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. ציין בגרף את הערכים המספריים של

האסימפטוטות ושל נקודות החיתוך עם הצירים (אם יש כאלה).

5. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{4e^x}{e^x - 2} + e^x + 4$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = -1$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

ג. נתונה פונקציית המקיימת $F(x) = \int f(x) dx$ בתחום $x > \ln 2$.

מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $F(x)$ (אם יש כאלה). נמק.

בהצלחה!

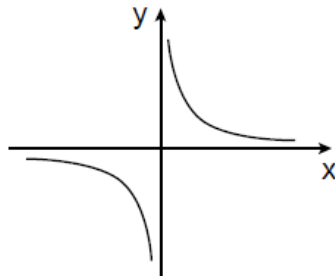
פתרון בגרות קיץ 2015 מועד ב' - שאלון 807

1. א. $A(4;4)$, $B(1;-2)$. ב. $K(0;-3)$ (1) $(2) \left(x + \frac{7}{2\sqrt{2}}\right)^2 + y^2 = \frac{49}{8}$.

2. א. הישר BC' מקביל למישור הנתון.

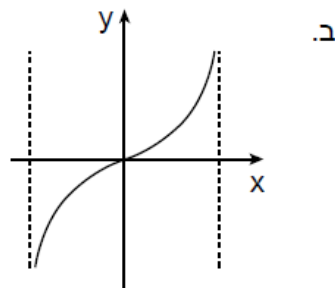
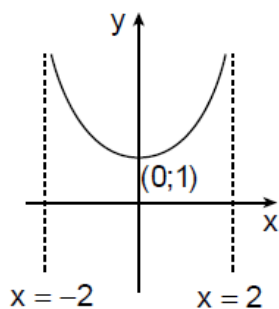
ב. (1) לא, הישרים BC' ו- $O'M$ מצטלבים. (2) $\frac{2}{3}m$. ג. $m = 2$.

3. א. ב. 225° .

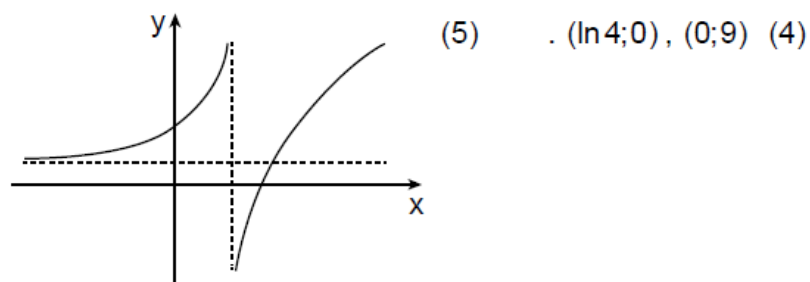


4. א. (1) $-a < x < a$. (2) $x = -a$, $x = a$. (3) עלייה: $-a < x < a$; ירידה: אין.

(4) $(0;0)$.



5. א. (1) $x \neq \ln 2$ (2) $x = \ln 2$, $y = 4$ (3) עלייה: $x > \ln 2$ או $x < \ln 2$; ירידה: אין.



ב. $4 \ln \left(2 - \frac{1}{e} \right) + 5 - \frac{1}{e} = 6.592$ ג. $x = \ln 4$ (מינימום).

בגרות חורף 2015 - שאלון 807

מתמטיקה, חורף תשע"ה, מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

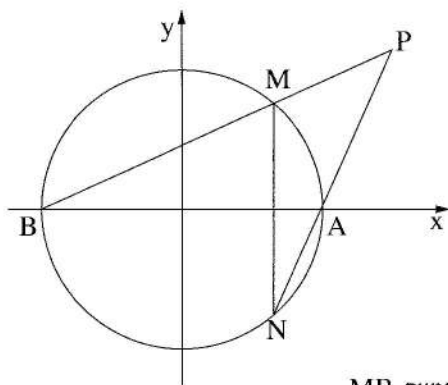
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + y^2 = 25$.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

MN הוא מיתר במעגל, המאונך לציר ה- x .

א. הישרים MB ו-NA נפגשים

בנקודה $P(x, y)$, כמתואר בציור

(MN אינו מונח על ציר ה- y).

(1) נסמן: $M(x_0, y_0)$.

הבע באמצעות x_0 ו- y_0 את משוואת הישר MB,

ואת משוואת הישר NA.

(2) הראה כי המקום הגאומטרי של הנקודות $P(x, y)$, הנוצרות באופן שתואר,

מקיים את המשוואה: $y^2 = x^2 - 25$.

ב. אם המיתר MN מונח על ציר ה- y , מצא את רדיוס המעגל החסום במרובע MBNA.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

/המשך בעמוד 3/

2. נתון משולש שקדקודיו הם: $A(-10, 3, 11)$, $B(-2, -5, -5)$, $C(1, 1, 1)$.

גובה המשולש לצלע AB הוא CD .

א. מצא את השיעורים של הנקודה D .

ב. נתונה הנקודה $E(-1, 5, -2)$.

מהי הזווית בין הישר CE :

(1) לישר AB ?

(2) לישר BC ?

(3) למישור ABC ?

ג. חשב את הזווית בין הישר ED לבין המישור ABC . נמק.

3. א. פתור את המשוואה: $|z|i + 2z = \sqrt{3}$.

z הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב z_1 הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א.

z_1 הוא קדקוד הראש של משולש שווה-שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים.

z_2 ו- z_3 הם שני הקדקודים האחרים של המשולש.

נתון: $z_2 = 1$.

המספר המרוכב w מקיים: $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

חשב את הסכום $w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$.

n הוא מספר טבעי.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2^{x-m} + 2^{m-x}}$,

ונתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת:

$$g(2) = -\frac{3}{4} \ln 2$$

m הוא פרמטר.

ידוע כי הפונקציה $g(x)$ עולה לכל x .

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים (מצא ערך מספרי).

5. נתונה פונקציית הנגזרת: $f'(x) = \frac{\ln(-x) + 2}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

לפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = -\frac{1}{f'(x)}$.

היעזר בסעיפים הקודמים, ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של $g(x)$.

(2) את השיעורים של נקודת הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגה.

בהצלחה!

פתרון בגרות חורף 2015 - שאלון 807

1. א. (1) $y = \frac{y_0}{x_0 + 5}x + \frac{5y_0}{x_0 + 5}$: MB , $y = \frac{y_0}{5 - x_0}x - \frac{5y_0}{5 - x_0}$: NA (2) הוכחה.

ב. $2.5\sqrt{2} = \sqrt{12.5}$.

2. א. $D(-4.5; -2.5; 0)$. ב. (1) 90° . (2) 90° . (3) 90° . ג. 39.23° .

3. א. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$. ב. הסכום הוא אפס.

4. $3\frac{1}{16}$.

5. א. $x < 0$. ב. $\left(-\frac{1}{e}; -e\right)$ מינימום. ג. $x = -\frac{1}{e^2}$, מינימום.

ד. (1) $x < 0$, $x \neq -\frac{1}{e^2}$ (2) $\left(-\frac{1}{e}; \frac{1}{e}\right)$ מינימום.

בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 807/582

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מס' 317,035807 + נספח

- 2 -

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-1 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).

המשכי השוקיים BC ו- AD נפגשים בראשית הצירים.

השוק BC מונחת על החלק החיובי של ציר ה- x .

הקדקודים A ו- D נמצאים ברביע השלישי.

הבסיס AB מונח על הישר $3x - 4y - 15 = 0$.

גובה הטרפז הוא 6.

היעזר בסרטוט סקיצה של הטרפז במערכת צירים, וענה על סעיפים א ו- ב.

א. מצא את משוואת הבסיס DC .

נתון כי הקדקודים A ו- C נמצאים על מעגל שמרכזו בקדקוד B .

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) מצא את השיעורים של הקדקוד D .

2. בפירמידה ABCDE שבסיסה ריבוע

$$\text{נתון: } \overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{DE},$$

הווקטור $\overrightarrow{AE}$ יוצר זוויות שוות

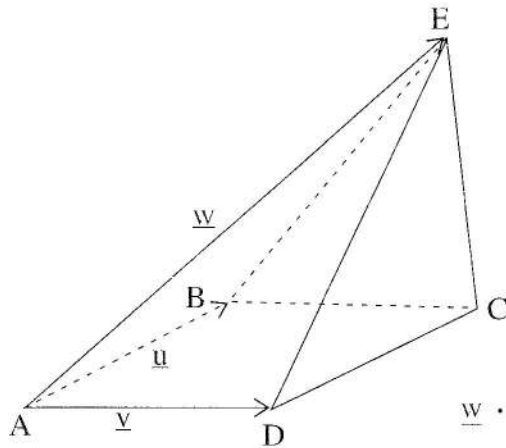
עם הווקטורים $\overrightarrow{AD}$ ו- $\overrightarrow{AB}$,

אורך צלע הבסיס הוא 5.

$$\text{נסמן: } \overrightarrow{AB} = \underline{u}, \quad \overrightarrow{AD} = \underline{v},$$

$$\overrightarrow{AE} = \underline{w}$$

(ראה ציור).



א. מצא את הערך של המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{v}$

ושל המכפלה הסקלרית $\underline{w} \cdot \underline{u}$.

הנקודה H נמצאת על המקצוע EC כך ש- $\overrightarrow{EH} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$.

$$\text{נתון: } |\overrightarrow{AH}| = 2\sqrt{17}$$

ב. מצא את אורך המקצוע AE.

ג. (1) הראה כי המשולש EDC הוא ישר-זווית, ומצא את שטחו.

(2) מצא את נפח הפירמידה המשולשת AEDC.

◀ המשך בעמוד 4

3. נתון: $z^2 - 2R \operatorname{cis} \theta \cdot z - 3R^2 \operatorname{cis} (2\theta) = 0$,

z הוא מספר מרוכב, $0 < \theta < 90^\circ$, R הוא מספר ממשי חיובי.

פתרונות המשוואה הנתונה הם z_1 ו- z_2 .

z_1 נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות θ ו- R את z_1 ואת z_2 .

נתון כי משוואת הישר העובר דרך z_1 ו- z_2 היא $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

ב. מצא את θ .

המספר המרוכב z_3 מקיים: $z_3 = \bar{z}_1$.

ג. (1) סרטט במישור גאוס את המספרים z_1, z_2, z_3 .

(2) נתון כי שטח המשולש $z_1 O z_3$ הוא $225\sqrt{3}$ (O – ראשית הצירים)

מצא את הערך המוחלט של z_2 .

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = -3x^2 \cdot e^{x^3}$.

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = |f(x)|$.

הוסף סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ לסקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הסגור בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ובין הישר $x = -1$.

ג. הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$ מקיימות:

$$h(a) = \int_{-1}^a f(x) dx, \quad t(a) = \int_{-1}^a g(x) dx, \quad a \geq -1$$

מצא את השיעורים של נקודת הפגישה בין הגרפים של הפונקציות $h(a)$ ו- $t(a)$.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{2} - \ln x \right)$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

(2) מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

ב. (1) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(2) מצא את השיעורים של נקודת הפיתול של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של הפונקציה $f(x)$,

וסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) ברביע הראשון הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ נפגשים בנקודה אחת.

באיזה תחום ערכים נמצא שיעור ה- x של נקודה זו?

ד. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

נתון: $g(1) = a$, $g(\sqrt{e}) = b$, $g(e) = c$.

הבע באמצעות a , b , ו- c את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e$.

פתרון בגרות קיץ 2016 מועד א' - שאלון 807/582

1. א. $-3x + 4y + 45 = 0$. ב. $R = 10$ (1) . ג. $D(-9; -18)$ (2)

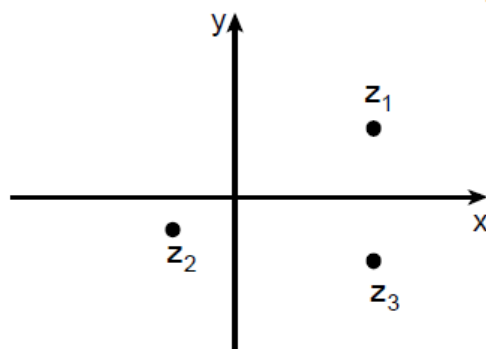
2. א. $\underline{w} \cdot \underline{v} = \underline{w} \cdot \underline{u} = 25$. ב. $AE = 10$

ג. $S_{EDC} = \frac{5 \cdot \sqrt{50}}{2} = 17.68$ (1) . $V_{AEDC} = \frac{25\sqrt{50}}{6} = 29.46$ (2)

3. א. $z_2 = R \operatorname{cis}(180^\circ + \theta) = -R \operatorname{cis} \theta$, $z_1 = 3R \operatorname{cis} \theta$

ב. $\theta = 30^\circ$

ג. (1)

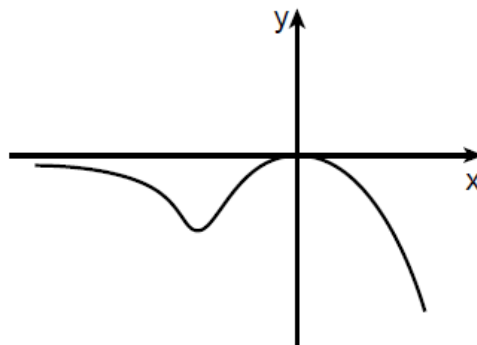


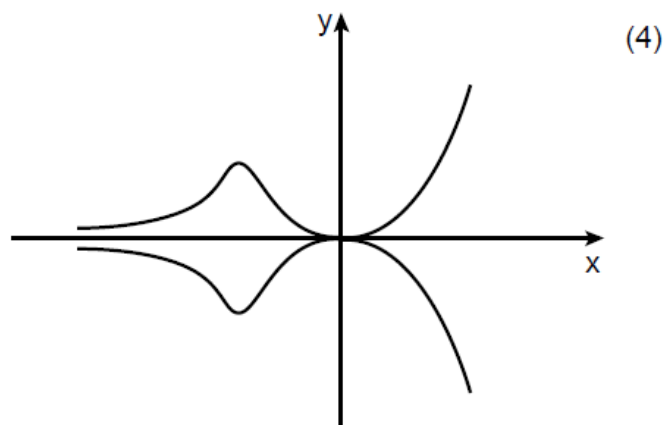
(2) $|z_2| = R = 10$

4. א. $(0;0)$ מקסימום, $(-0.873; -1.175)$ מינימום.

(2) $(0;0)$

(3)





ב. $S = \frac{2e-2}{e} = 1.264$

ג. $(-1;0)$

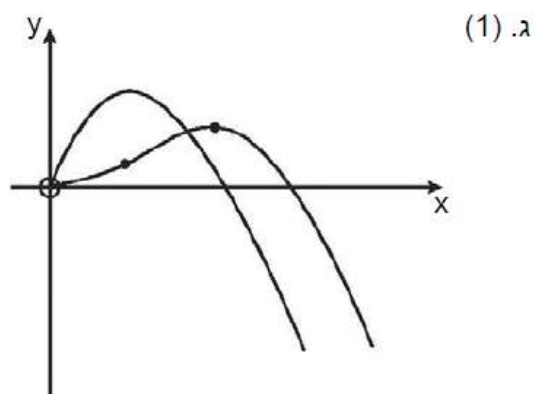
5. א. $0 < x < 1$

(2) $(\sqrt{e}; 0)$

(3) $(1; \frac{1}{4})$ מקסימום.

ב. (1) $(\frac{1}{e}; \frac{1}{e})$ מקסימום.

(2) $(\frac{1}{e}; \frac{3}{4e^2})$ פיתול.



(2) $\frac{1}{e} < x < 1$

ט. $S = 2b - a - c$

בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 807/582

- 2 -

מתמטיקה, קיץ תשע"ו, מועד ב', מס' 317,035807 + נספח

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$.

שני ישרים המשיקים לפרבולה בנקודות K ו- L נפגשים בנקודה A, שהיא נקודת החיתוך של מדריך הפרבולה עם ציר ה- x.

א. (1) הראה כי שיעור ה- x של K שווה לשיעור ה- x של L.

(2) הראה כי המשיקים מאונכים זה לזה.

נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על ציר ה- x.

המשיקים לפרבולה הנתונה בנקודות K ו- L משיקים גם למעגל זה בנקודות אלה.

הצב $p = 2$, וענה על הסעיפים ב, ג.

ב. מצא את משוואת המעגל שמרכזו M.

ג. מצא את משוואת המעגל החסום במרובע AKML.

המשך בעמוד 3 ◀

2. נתון מעגל הנמצא במישור π , ומרכזו בראשית הצירים $O(0, 0, 0)$.
 הישר $\ell_1: \underline{x} = (2, 2, 0) + t(1, 2, 1)$ נמצא במישור π , ומשיק למעגל זה בנקודה B.
 א. מצא את השיעורים של הנקודה B.
 ב. הישר $\ell_2: \underline{x} = (0, 1, 1) + s(2, -1, 1)$ חותך את המישור π בנקודה A.
 (1) הראה כי הנקודה A נמצאת על המעגל הנתון.
 (2) מצא את שטח המשולש AOB.

3. א. נתון המספר המרוכב
$$z = \frac{\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)^3}{\left(\cos \frac{\pi}{12} - i \sin \frac{\pi}{12}\right)^2}$$

- (1) מצא את $|z|$, ואת הארגומנט (הזווית) של z .
 (2) מצא את הערכים של n (n מספר טבעי) שעבורם z^n הוא מספר מדומה טהור.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

- ב. נתון המקום הגאומטרי $|z + \bar{z} - m(z - \bar{z})| = 40$, m הוא מספר ממשי גדול מ-1.
 (1) זהה את המקום הגאומטרי. נמק.
 (2) הנקודה שמיוצגת על ידי המספר $12 + 8i$ נמצאת על המקום הגאומטרי.
 מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המקום הגאומטרי עם הצירים.

◀ המשך בעמוד 4

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 9^x - 2 \cdot 3^x - 3$ המוגדרת לכל x .

א. (1) מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) מצא את האסימפטוטה האופקית לגרף הפונקציה.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. מצא את השטח מימין לציר ה- y , המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- y

ועל ידי האסימפטוטה האופקית. תוכל להשאיר n בתשובתך.

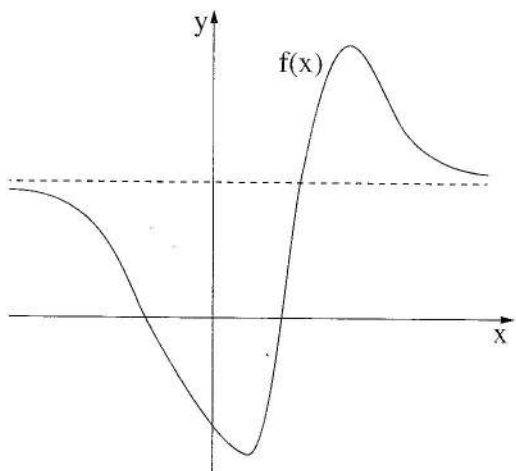
ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 4$.

השטח שמצאת בסעיף ב שווה לשטח מימין לציר ה- y , המוגבל על ידי

גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.

מהו הערך של k ? נמק.

המשך בעמוד 5



5. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הפונקציות $f''(x)$, $f'(x)$, $f(x)$

מוגדרות לכל x .

לגרף הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה

אופקית אחת שמשוואתה $y = 1.5e$

כמתואר בציור.

נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הן:

$B(1, -1.5e)$, $A(4, 3e)$

הנקודות $E(5, 2e)$, $D(2, 0)$, $C(-2, 0)$

נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה $f(x)$ קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $x < -2$ ובתחום $2 < x < 5$,

וקעורה כלפי מעלה $\cup$ בתחום $x > 5$ ובתחום $-2 < x < 2$

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, וקבע את סוגן. נמק.

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = \ln[f(x)]$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של $g(x)$ המאונכות לציר ה- x .

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה),

וקבע את סוגן.

(4) לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת שמשוואתה $y = \ln(1.5e)$.

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2016 מועד ב' - שאלון 807/582

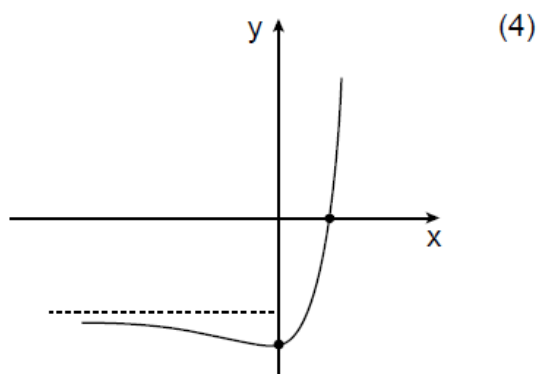
1. א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. $(x-3)^2 + y^2 = 8$ ג. $(x-1)^2 + y^2 = 2$.

2. א. $B(1;0;-1)$ ב. (1) הוכחה. (2) $S_{\triangle ABO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. א. (1) $|z|=1$, $\arg z = \frac{\pi}{2}$, $(\arg z = 90^\circ)$. (2) $n = 2k+1$, $k=0,1,2,\dots$ (n אי זוגי).

ב. (1) $\frac{x^2}{400} + \frac{m^2 y^2}{400} = 1$ אליפסה קנונית. (2) $(20;0)$, $(-20;0)$, $(0;10)$, $(0;-10)$.

4. א. (1) $(0;-4)$, $(1;0)$. (2) $y = -3$. (3) $(0;-4)$ מינימום.



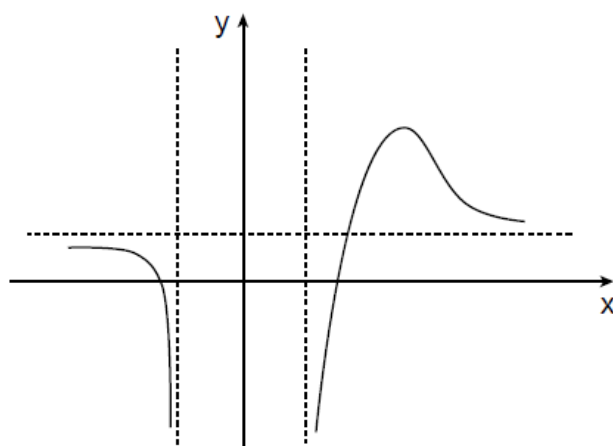
ב. $S = \frac{1}{2 \ln 3} = 0.455$

ג. $k = 1$

5. א. $x = -2$ מינימום, $x = 2$ מקסימום, $x = 5$ מינימום.

ב. (1) $x < -2$, $x > 2$ (2) $x = -2$, $x = 2$ (3) $(4; \ln(3e))$ מקסימום.

(4)



בגרות חורף 2016 - שאלון 582/807

- 2 - מתמטיקה, חורף תשע"ו, מס' 035807, 317 + נספח

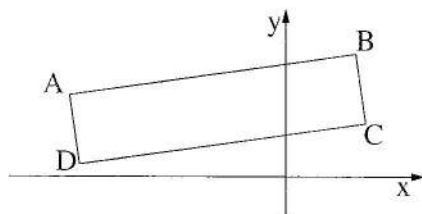
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים** ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. מעגל שמרכזו על ציר ה- x

עובר דרך הנקודות $(1, 4)$ ו- $(-6, 3)$

(שאינן קדקודי המלבן שבציור).

הצלע AB של המלבן ABCD מונחת על ישר

העובר דרך הנקודות האלה.

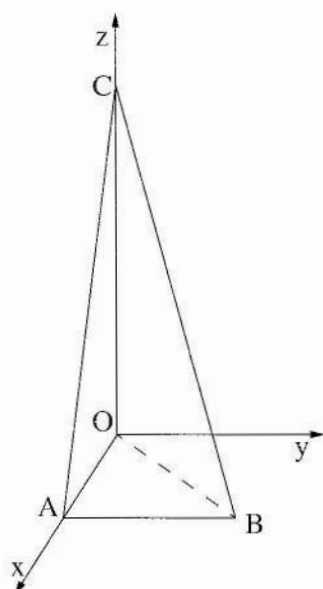
קדקודי המלבן ABCD נמצאים ברביע הראשון וברביע השני, כמתואר בציור.

א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

ב. המשכי הצלעות BC ו-AD עוברים דרך נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

נתון כי המרחק של הצלע DC מראשית הצירים הוא $\sqrt{2}$.

מצא את שטח המלבן ABCD.



2. נתונה פירמידה AOBC.

המקצוע AO מונח על החלק החיובי של ציר ה- x ,

המקצוע CO מונח על החלק החיובי של ציר ה- z ,

והמקצוע AB נמצא במישור $[xy]$, כך ששיעור ה- x

ושיעור ה- y של הקדקוד B חיוביים

(ראה ציור).

נתון: $AO = 3$, $CO = 12$, $BO = 5$, $\vec{AC} \cdot \vec{AB} = 0$.

א. מהו המצב ההדדי בין הישר AB ובין ציר ה- y ? נמק.

ב. מצא את הזווית בין המישור CAB ובין המישור $[zy]$.

ג. נקודה D נמצאת במישור CAB ובמישור $[xy]$

כך ש- $CB = CD$.

מצא את הזווית בין הישר CD למישור $[zy]$.

3. המספר המרוכב z_1 נמצא במישור גאוס ברביע הראשון על מעגל שרדיוסו 2

ומרכזו ראשית הצירים O.

המספר המרוכב z_2 נמצא במישור גאוס ברביע השני על מעגל שרדיוסו 4

ומרכזו ראשית הצירים O.

נתון כי הזווית בין הקטע Oz_2 ובין הקטע Oz_1 היא 60° .

המספרים z_1 ו- z_2 הם האיבר הראשון והאיבר השני בסדרה הנדסית בהתאמה.

z_4 הוא האיבר הרביעי בסדרה זו.

א. הראה כי z_1 ו- z_4 נמצאים על קו ישר אחד העובר דרך ראשית הצירים.

ב. נתון גם: $z_1 \cdot z_4 = -32i$.

מצא את הארגומנט (הזווית) של z_4 .

ג. מצא את שטח המשולש $z_1 z_2 z_4$.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(ax - 2)}{ax - 2}$, a הוא פרמטר שונה מ-0.

ענה על הסעיפים א ו ב עבור $a > 0$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את האסימפטוטה של הפונקציה המאונכת לציר ה- x .

(3) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

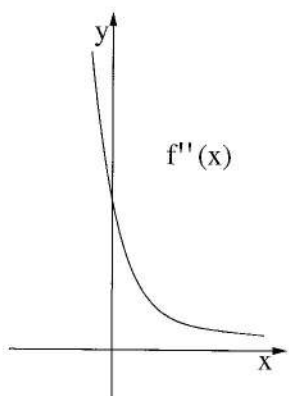
ענה על הסעיפים ג ו ד עבור $a < 0$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתון כי האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים נפגשות בנקודה $(-2, 0)$.

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = \frac{e+2}{a}$ (ערך מספרי).



5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר גדול מ-4.

בציור שלפניך נתון הגרף של פונקציית הנגזרת השנייה $f''(x)$.

הגרף של $f''(x)$ אינו חותך את ציר ה- x .

הפונקציה $f''(x)$ מוגדרת לכל x , ויורדת בכל תחום הגדרתה.

א. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

הבע באמצעות a במידת הצורך.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

(3) האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. האם לפונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$ יש נקודות פיתול? נמק.

ג. השטח, המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת הראשונה $f'(x)$, על ידי הצירים

ועל ידי הישר $x = 1$, שווה ל- $5 - \frac{8}{e}$.

מצא את הערך של a .

בהצלחה!

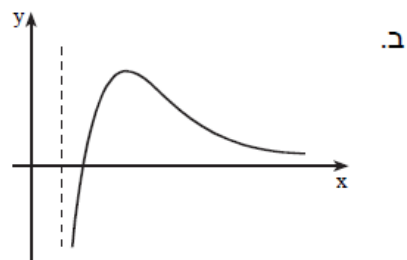
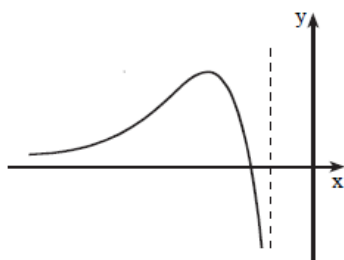
פתרון בגרות חורף 2016 - שאלון 807/582

1. א. $(3;0)$, $(-7;0)$. ב. 23.8.

2. א. הישר AB מקביל לציר ה- y . ב. 14.036° . ג. 13.342° .

3. א. הוכחה. ב. 225° . ג. $18\sqrt{3}$.

4. א. (1) $x > \frac{2}{a}$ (2) $x = \frac{2}{a}$ (3) $(\frac{3}{a}; 0)$ (4) $(\frac{e+2}{a}; \frac{1}{e})$ מקסימום.



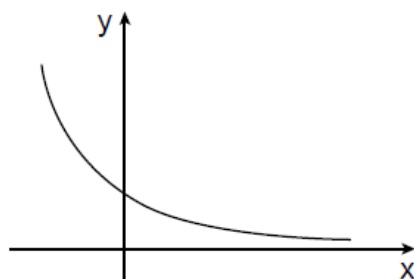
ד. $\frac{1}{2}$.

5. א. (1) $(0;a)$ (2) עלייה: אין ; ירידה: כל x .

(3) לא. (4)

ב. לא.

ג. $a = 5$.



בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 807/582

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

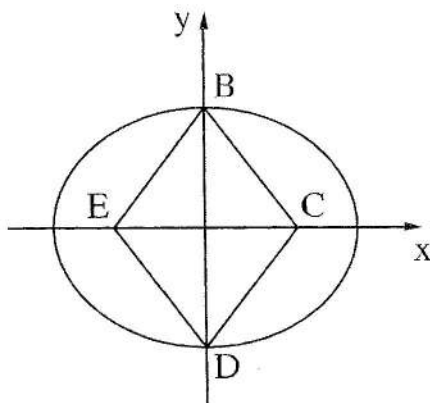
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-y,

והקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה-x.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8,

ואורך האלכסון BD גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה קנונית (ראה ציור), שמוקדה הם הנקודות C ו-E.

א. (1) מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

(2) מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה-y של M הוא $\sqrt{15}$.

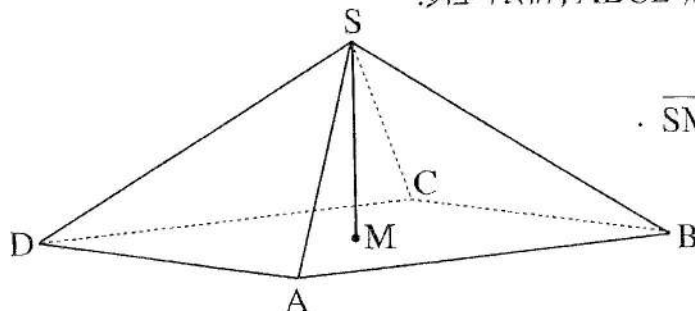
ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה-y.

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k.

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

2. נתונה פירמידה ישרה $SABCD$, שבסיסה, $ABCD$, הוא ריבוע.



M היא נקודה כך ש- $\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$.

א. (1) הוכח: $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

(2) הוכח ש- $\vec{SM}$ מאונך ל- $\vec{AC}$.

(3) נמק מדוע SM הוא גובה בפירמידה.

נתון: $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, הנקודות B ו- D נמצאות במישור $z = 0$ ונפח הפירמידה $SABCD$ הוא 16.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה M .

(2) מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב(2) ב- S_1 ו- S_2 .

ג. (1) מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

(2) האם נקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

3. א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.
 נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב- z_1, z_2, z_3 .
 נתון כי z_2 הוא ממשי.
 ב. (1) הראה ש- z_1, z_2, z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.
 (2) z_1, z_2, z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית z_n .
 מצא את z_5 , האיבר החמישי בסדרה.
 ג. (1) z_{13}, z_{14}, z_{15} (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה z_n שמצאת בסעיף ב)
 מיוצגים על ידי הנקודות A, B, C במישור גאוס, בהתאמה.
 חשב את שטח המשולש ABC .
 (2) K, L, M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים
 בסדרה z_n .
 הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת בתת-סעיף ג(1).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

- ב. (1) הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .
- (2) מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן? נמק את תשובתך.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- (4) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- נמק את תשובתך.
- (5) הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5. נתונה הפונקציה $h(x) = \frac{x+3}{x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.
- ב. מצא את התחום שבו $h(x) > 0$.
- בתחום שבו $h(x) > 0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$.
- נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3, \ln 2)$, וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.
- ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.
- ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד א' - שאלון 807/582

1. א. (1) $E(-3;0)$, $C(3;0)$, $D(0;4)$, $B(0;4)$.

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad (2)$$

ב. מוקד הפרבולה $C(3;0)$.

$$\frac{PC}{k} = 1 \quad \text{ג.}$$

2. א. (1) הוכחה.

(2) הוכחה.

(3) כשמחברים את הקדקוד הפירמידה הישרה עם מרכז המעגל החוסם

את הבסיס מקבלים גובה הפירמידה.

ב. (1) $M(0,0,0)$. (2) $S(0;0;6)$ או $S(0;0;-6)$.

ג. (1) $x - \sqrt{3}y = 0$. (2) C נמצאת על המישור.

3. א. $z_3 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2 = \text{cis}180^\circ = -1$, $z_1 = \text{cis}60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

ב. (1) הוכחה. (2) $z_5 = \text{cis}180^\circ = -1$.

ג. (1) $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. (2) הוכחה.

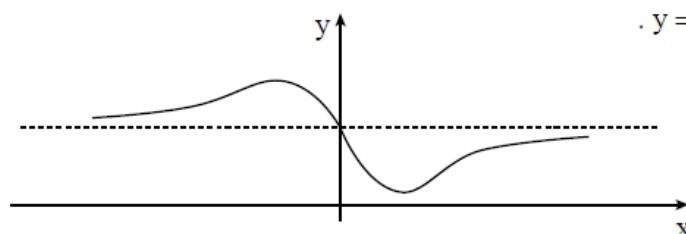
4. א. (1) לכל x .

(2) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.142\right)$ מינימום, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 1.858\right)$ מקסימום.

(3) עלייה: $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$; ירידה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y = 1$.

(5)



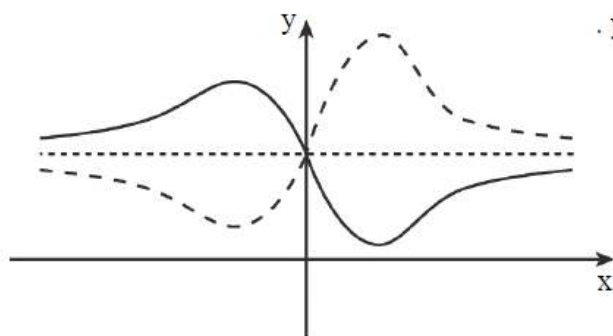
ב. (1) $f(x)$ שונה לכל x , $\frac{1}{f(x)}$ שונה לכל x .

(2) מקסימום $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 7.031\right)$, מינימום $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0.538\right)$.

(3) עלייה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$; ירידה: $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

(4) $y=1$.

(5)



5. א. $x \neq 0$.

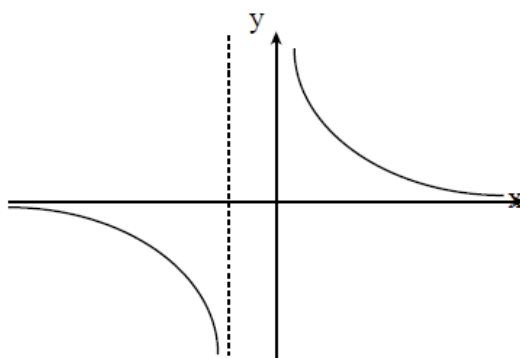
ב. $x < -3$, $x > 0$.

ג. $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x}\right)$.

ד. $y=0$, $x=-3$, $x=0$.

ה. ירידה: $x < -3$, $x > 0$; עלייה: אף x .

ו.



בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 807/582

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מועד ב', מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

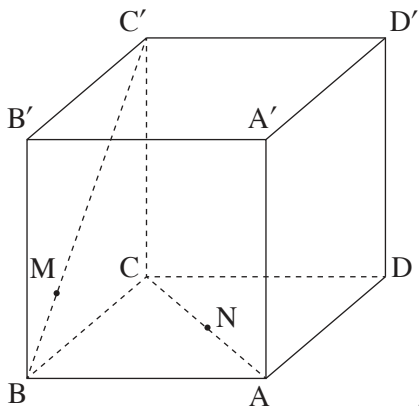
השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הנקודה $A(20, 0)$.
B היא נקודה שנמצאת על ציר ה- y ואינה ראשית הצירים.
דרך הנקודה B מעבירים ישר, ℓ_1 , המקביל לציר ה- x .
דרך ראשית הצירים, O, מעבירים ישר, ℓ_2 , שמאונך לישר AB.
הישרים ℓ_1 ו- ℓ_2 נחתכים בנקודה C.
א. הוכח שהמקום הגאומטרי של הנקודות C הנבנות כמתואר נמצא על פרבולה, ומצא את משוואתה.
ב. D היא נקודה כלשהי הנמצאת על הפרבולה שאת משוואתה מצאת בסעיף א.
הנקודה F היא מוקד הפרבולה.
נתון הישר $x = k$. $k < 0$ הוא פרמטר.
דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הישר $x = k$ בנקודה N.
קיים ערך של k שעבורו כל משולש NDF שנבנה כמתואר הוא שווה שוקיים.
(1) מצא את הערך של k. נמק.
(2) נתון: הנקודה D נמצאת ברביע הראשון.
מצא את שיעורי הנקודה D שעבורה המשולש NDF הוא שווה צלעות.



2. נתונה קובייה $ABCD A' B' C' D'$.

נסמן: $\overrightarrow{CB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{CD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{CC'} = \underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{AN} = s \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BM} = t \overrightarrow{BC'}$.

א. מצא את היחס $\frac{s}{t}$ שעבורו MN מקביל

למישור $AA' B' B$ ($t \neq 0$).

נתון: $s = \frac{1}{2}$, $t = \frac{1}{4}$.

ב. חשב את הזווית שבין MN ובין המישור $ABCD$.

ג. מהו המצב ההדדי של הישרים AB ו- MN ? נמק.

3. במעגל שמרכזו בראשית הצירים במישור גאוס חסום משולש שווה צלעות ABC .

הקדקוד A מתאים למספר המרוכב $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot a \cdot i$ ($a > 0$ הוא פרמטר ממשי).

נתון: הקדקוד B נמצא ברביע הראשון.

א. הבע באמצעות a את המספרים המרוכבים z_2 ו- z_3 המתאימים לקדקודים B ו- C

בהתאמה.

נתון: $z_3 = \frac{z_1^3}{4}$.

ב. מצא את a .

ג. המספר z_1^{6n+5} מתאים לנקודה P במישור גאוס. n הוא מספר שלם.

הנקודה O היא ראשית הצירים. הראה שהנקודה B נמצאת על הקרן OP .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $g(x) = 2x^2 + c$. c הוא פרמטר.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת כך: $f(x) = e^{g(x)}$.

הגרפים של פונקציות הנגזרת, $f'(x)$ ו- $g'(x)$, נחתכים בנקודה ששיעור ה- x שלה הוא 2.

א. מצא את c .

ב. (1) הוכח ש- $f'(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.

(2) מצא את שיעורי כל הנקודות שבהן הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$

חותכים זה את זה.

(3) עבור אילו ערכי x $f'(x) > g'(x)$?

(4) סרטט סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f'(x)$ ו- $g'(x)$ באותה מערכת צירים.

ג. נתון: $M(2, 8)$, $N(-2, -8)$.

MN הוא אלכסון של מלבן שצלעותיו מקבילות לצירים.

הראה שגרף הפונקציה $f'(x)$ מחלק את המלבן לשני חלקים שווים בשטחם.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x + m \cdot \ln\left(\frac{1}{x}\right)$. m הוא פרמטר.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.
- ב. (1) מצא את תחום הערכים של m .
(2) הבע את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ באמצעות m , וקבע את סוגה.
- ג. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ושיעוריה אינם תלויים ב- m .
(1) מצא את שיעורי הנקודה P .
(2) מצא את הערך של m שעבורו הנקודה P היא נקודת מינימום של הפונקציה $f(x)$.
- הצב את m שמצאת בתת-סעיף ג(2) וענה על הסעיפים ד-ה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{f(x) - x}{x}$. חשב את $\int_1^e g(x) dx$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2017 מועד ב' - שאלון 807/582

1. א. $y^2 = 20x$

ב. $k = -5$ (1)

(2) $D(15; \sqrt{300}) = D(15; 10\sqrt{3})$

2. א. $\frac{S}{t} = 1$

ב. 24.09°

ג. מצטלבים.

3. א. $z_1 = a - \sqrt{3} \cdot ai = 2a \text{ cis } 300^\circ$

$z_2 = a + \sqrt{3} \cdot ai = 2a \text{ cis } 60^\circ$

$z_3 = -2a = 2a \text{ cis } 180^\circ$

ב. $a = 1$

ג. הוכחה.

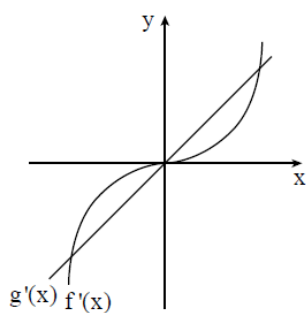
4. א. $c = -8$

ב. (1) הוכחה.

(2) $(0;0)$, $(2;8)$, $(-2;-8)$

(3) $-2 < x < 0$ או $x > 2$

(4)



ג. הוכחה.

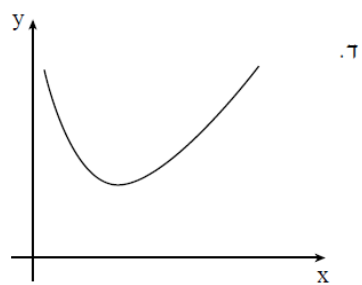
5. $x > 0$.א

ב. $m > 0$ (1)

(2) $(m; m(1 - \ln m))$ מינימום.

ג. $P(1;1)$ (1)

(2) $m = 1$



ה. $-\frac{1}{2}$

בגרות חורף 2017 - שאלון 807/582

מתמטיקה, חורף תשע"ז, מס' 035807, 317 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

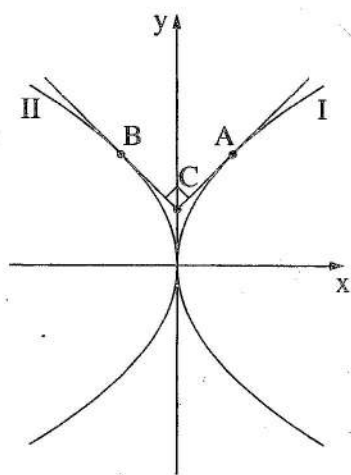
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים (66 $\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה – 33 $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. נתונות שתי פרבולות:

$$I. \quad y^2 = 4x$$

$$II. \quad y^2 = -4x$$

A היא נקודה על פרבולה I.

B היא נקודה על פרבולה II.

הנקודות A ו-B נמצאות מעל ציר ה-x.

העבירו לפרבולות I ו-II משיקים

דרך הנקודות A ו-B, בהתאמה, כמתואר בציור.

נתון ששני המשיקים מאונכים זה לזה ונחתכים בנקודה C.

הנמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

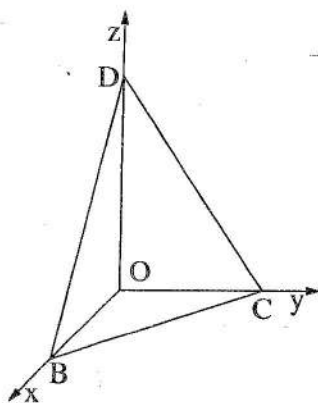
ב. נתון: A, B, C הם שלושה מקדקדויו של ריבוע ACBM.

(1) מצא את שיעורי הקדקוד M.

(2) נתון מעגל שמרכזו M, המעגל משיק לישרים AC ו-BC.

מצא את משוואת המעגל, והסבר מדוע A ו-B הן נקודות ההשקה.

המשך בעמוד 3



2. נתונה פירמידה משולשת OBCD,

שבה $OD \perp OC$, $OC \perp OB$, $OB \perp OD$

כמתואר בציור.

נתון: $OD = 6$, $OC = 4$, $OB = 3$.

הנקודות K ו-P נמצאות על המקצועות OB ו-OD בהתאמה,

כך שמתקיים: $OP : PD = 1 : 1$, $OK : KB = 2 : 1$.

דרך הנקודות K ו-P עובר מישור המקביל למקצוע CD

וחותך את OC בנקודה Q.

א. מצא את היחס בין OQ ל-QC. נמק את תשובתך.

ב. מצא את היחס בין נפח הפירמידה OKPQ לנפח הפירמידה OBCD.

ג. מצא את הזווית בין הישר CB למישור KPQ.

3. z הוא מספר מרוכב. נתונים שני מקומות גאומטריים:

$$I. \quad z\bar{z} + i(z - \bar{z}) + z + \bar{z} = 0$$

$$II. \quad |z|^2 + i(\bar{z} - z) = 0$$

א. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של שני המקומות הגאומטריים.

המקומות הגאומטריים הנתונים נחתכים בשתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$

$(x_1 < x_2)$.

ב. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ג. נתונה הנקודה $P(x_0, y_0)$. הנקודה P נמצאת במרחק שווה מכל הנקודות שעל המקום

הגאומטרי I.

$$\text{נתון: } z_0 = x_0 + y_0 \cdot i$$

הוכח שהמספר הצמוד ל- z_0 נמצא על המקום הגאומטרי II.

ד. נתון: $z_1 = x_1 + y_1 \cdot i$ הם שיעורי הנקודה A שמצאת בסעיף ב).

נתונה סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא $5z_1$ וההפרש הוא z_0 .

מצא את כל ערכי n שעבורם S_n (סכום n האיברים הראשונים בסדרה) הוא מספר ממשי

(אם יש כאלה).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = e^{ax^2 + bx + 2}$. a ו- b הם פרמטרים.

נתון כי הפונקציה זוגית.

א. מצא את b .

לפונקציה יש בדיוק שתי נקודות פיתול.

ב. הוכח כי $a < 0$.

הפונקציה הנתונה קעורה כלפי מטה $\cap$ בתחום $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ וקעורה כלפי מעלה $\cup$

בתחומים $x > \frac{1}{2}$ ו- $x < -\frac{1}{2}$.

ג. מצא את a .

ד. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$.

ו. נתונה הפונקציה $h(x) = f'(x) \cdot f''(x)$. מהו התחום שבו הפונקציה $h(x)$ חיובית?

המשך בעמוד 5

5. נתונות שתי פונקציות:

$$f(x) = \ln(ae^x - be^{2x}), \quad g(x) = \ln(2 - e^x)$$

נתון: $b > 0, a > 0$.

- א. ידוע שלשתי הפונקציות יש אותו תחום הגדרה. הוכח: $a = 2b$.
- ב. ידוע שלשתי הפונקציות יש נקודה משותפת אחת בלבד. נקודה זו היא נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה $f(x)$. חשב את a , את b ואת שיעורי נקודת הקיצון של $f(x)$.
- ג. הוכח כי $g(x)$ יורדת וקעורה כלפי מטה $\cap$ בכל תחום הגדרתה.
- ד. הוכח שההפרש בין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הוא פונקציה קווית.
- ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם יש כאלה).
- (2) סרטט על מערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של שתי הפונקציות. בסרטוט הדגש את גרף הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך

פתרון בגרות חורף 2017 - שאלון 807/582

1. א. $B(-1;2)$, $A(1;2)$.

ב. (1) $M(0;3)$ (2) $x^2 + (y-3)^2 = 2$.

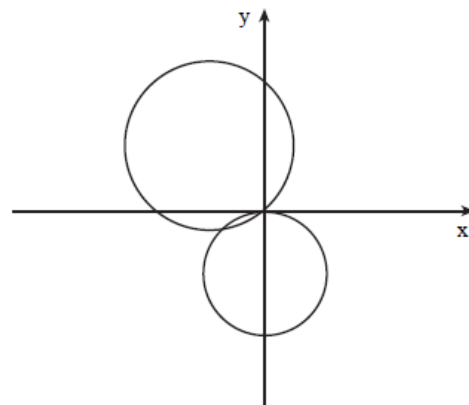
2. א. $OQ:QC = 1:1$.

ב. $\frac{1}{6}$.

ג. 7.35° .

3. א. I $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$

II $x^2 + (y+1)^2 = 1$



ב. $B(0;0)$, $A(-0.8;-0.4)$.

ג. הוכחה.

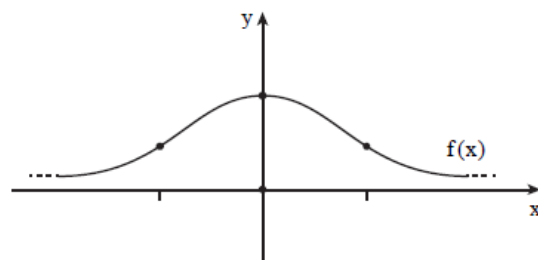
ד. $n = 5$.

4. א. $b = 0$.

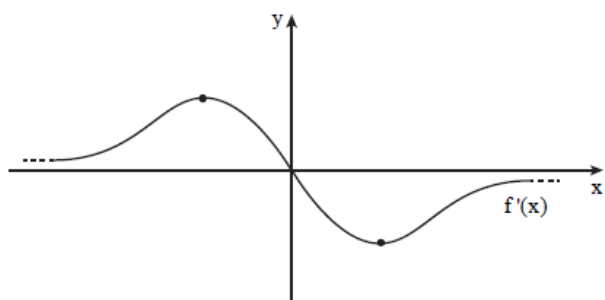
ב. הוכחה.

ג. $a = -2$.

ד. (1) $y = 0$ (2)



ה.



ו. $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x < -\frac{1}{2}$.

5.

א. הוכחה.

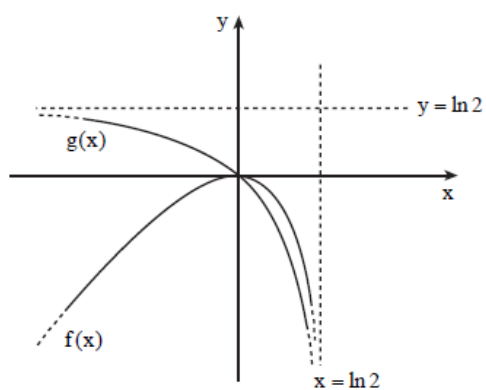
ב. $a = 2$, $b = 1$, $(0;0)$ מקסימום.

ג. הוכחה.

ד. הוכחה: $[f(x) - g(x) = x]$.

ה. (1) $f(x)$: $x = \ln 2$ (2)

$g(x)$: $x = \ln 2$, $y = \ln 2$.



בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 807/582

מתמטיקה, קיץ תשע"ח, מס' 035582 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

**פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים ($\frac{2}{3}$ נקודות)**

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות $A(-3a, 0)$ ו- $B(3, 0)$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את המקום הגאומטרי של כל הנקודות P המקיימות $\frac{PA}{PB} = 1$.

ב. הראה שהמקום הגאומטרי של כל הנקודות Q המקיימות $\frac{QA}{QB} = 2$ הוא מעגל, והבע באמצעות a את שיעורי מרכז המעגל הזה ואת הרדיוס שלו.

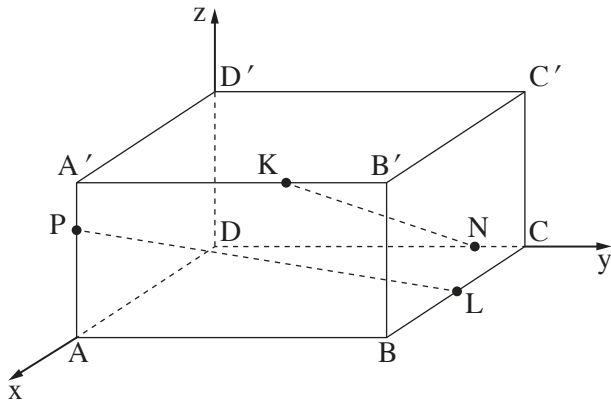
ג. נתבונן באוסף כל המעגלים אשר משיקים למקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א ועוברים דרך מרכז המעגל שמצאת בסעיף ב.

נתון כי מרכזי המעגלים האלה מהווים מקום גאומטרי העובר דרך ראשית הצירים.

(1) זהה את המקום הגאומטרי הזה.

(2) מצא את a , וכתוב את משוואתו של המקום הגאומטרי הזה.

2. בציר שלפניך נתונה התיבה $ABCD A'B'C'D'$. המקצועות DA , DC ו- DD' מונחים על הצירים x , y ו- z בהתאמה, כמתואר בציר.



נתון: $AA' = 3$, $DA = 4$.

נסמן: $AB = a$. $a > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות K ו- L , N , P נמצאות על

מקצועות התיבה AA' , BC , DC ו- $A'B'$ בהתאמה,

כך שמתקיים: $AP = 2PA'$,

$N(0, 5, 0)$,

L היא אמצע המקצוע BC ,

$$\vec{A'K} = \frac{4}{5} \vec{DN}$$

א. מצא את משוואת המישור PNK .

ב. (1) מצא הצגה פרמטרית של הישר NK ושל הישר PL . אם צריך, הבע באמצעות a .

(2) הסבר מדוע הישרים PL ו- NK הם ישרים מצטלבים.

ג. (1) עבור איזה ערך של a $\angle PC'C = 82.1^\circ$? בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(2) האם קיים a שעבורו $\angle PC'C = 90^\circ$? נמק.

3. z_1 ו- z_2 הם שני מספרים מרוכבים המקיימים: $|z_1| = |z_2| = r$, $\arg z_1 + \arg z_2 = 90^\circ$.

א. הוכח כי תוצאת המכפלה $z_1 \cdot z_2$ היא מספר מדומה טהור, והבע אותו באמצעות r .

הנקודות A , B ו- C במישור גאוס מייצגות בהתאמה את המספרים המרוכבים z_1 , z_2 ו- z_3 .

נתון: הנקודות A , B ו- C אינן נמצאות על ישר אחד, והנקודה C נמצאת על הישר $y = x$.

ב. הסבר מדוע המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים.

הנקודה D במישור גאוס מתאימה למספר המרוכב $z_3 \cdot (z_1 \cdot z_2)^2$.

$$\text{נתון: } z_1 + z_2 = 7 + 7i$$

$$z_1 - z_2 = 1 - i$$

$$(z_3)^2 = 2i$$

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודות C ו- D (מצא את שתי האפשרויות).

(2) חשב את שטח המרובע $BDAC$ עבור הנקודה C הנמצאת ברביע הראשון.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,**פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות** ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.4. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = e^{2mx} - e^{mx}$. $m > 0$ הוא פרמטר.ענה על סעיף א. אם צריך, הבע באמצעות m .א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).(3) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.ב. סרטט במערכת צירים אחת גרפים של הפונקציות $f(x)$ עבור $m = 1$ ועבור $m = 2$ (ידוע ששני הגרפיםחותכים זה את זה בשתי נקודות בדיוק). התאם בין הגרפים שסרטטת ובין ערכי m הנתונים.הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.ג. (1) הבע באמצעות m את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $y = k$.עבור כל m , נסמן את השטח המתואר בתת-סעיף ג(1) ב- S_m (S_1 הוא השטח עבור $m = 1$).(2) הראה שלכל m מתקיים: $S_m = \frac{S_1}{m}$.

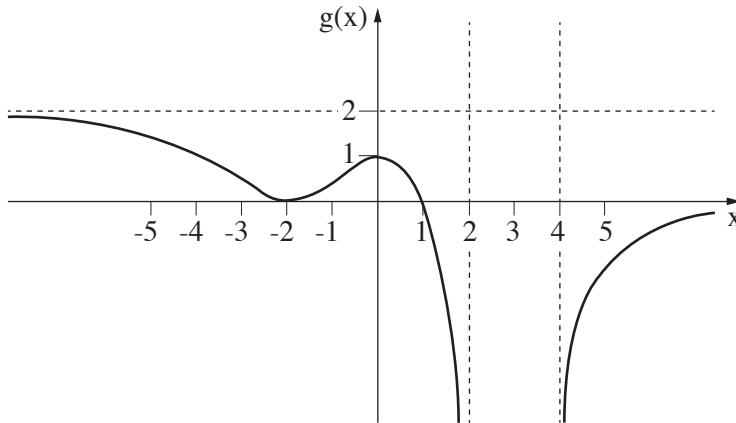
5. נתון: $f(x)$ היא פונקציה רציפה וגזירה לכל x . נסמן $g(x) = \ln(f(x))$.

הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל $x > 4$ ולכל $x < 2$, ורק שם.

בתחום $2 \leq x \leq 4$, $f'(x) = 0$ רק עבור $x = 3$.

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $g(x)$.

הפונקציה $g(x)$ מתאפסת רק בנקודות שבהן $x = 1$ ו- $x = -2$.



א. מצא את $f(-2)$, $f(0)$ ו- $f(1)$.

ב. מה הם תחומי החיוביות ותחומי השליליות של הפונקציה $f(x)$? נמק.

ג. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם כל אחד מן הצירים? נמק.

ד. לפונקציה $f(x)$ יש שתי אסימפטוטות אופקיות. כתוב את משוואותיהן.

ה. מה הם תחומי העלייה ותחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. הסבר מדוע: $\int_{-2}^1 f(x) dx > 3$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד א' - שאלון 807/582

1. א. $x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a$

ב. $R = 2a + 2$, $M(4 + a, 0) \leftarrow (x - (4 + a))^2 + y^2 = (2a + 2)^2$

ג. (1) פרבולה קנונית.

(2) $y^2 = 60x$, $a = 11$

2. א. $13x + 4y - 16z - 20 = 0$

ב. (1) $\underline{x} = (0, 5, 0) + t(4, -1, 3)$, $\underline{x} = (4, 0, 2) + r(2, -a, 2)$

(2) אינם נחתכים ואינם מקבילים.

ג. (1) $a \approx 5.99$

(2) לא.

3. א. $z_1 \cdot z_2 = r^2 i$

ב. על פי חישוב (המרחק AC שווה למרחק BC).

ג. (1) $D(-625, -625)$, $C(1, 1)$ או

$D(625, 625)$, $C(-1, -1)$

(2) $S_{BDAC} = 626$

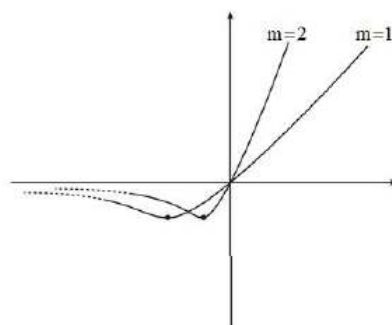
4. א. (1) כל x

(2) $(0, 0)$

(3) $y = 0$

(4) $(\frac{\ln 0.5}{m}, -\frac{1}{4})$

ב.



ג. $S_m = \frac{\ln 2}{4m} - \frac{1}{8m}$ (1)

(2) הוכחה.

5. א. $f(1)=1$, $f(0)=e$, $f(-2)=1$

ב. תחום חיוביות: $x < 2$, $x > 4$

תחום שליליות: $2 < x < 4$

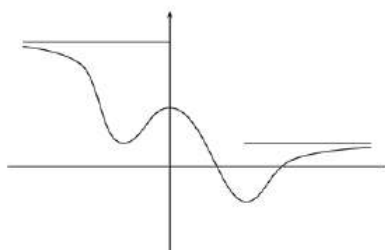
ג. $(4,0)$ $(2,0)$ $(0,e)$

ד. $y=1$, $y=e^2$

ה. תחום ירידה: $x < -2$, $0 < x < 3$

תחום עליה: $x > 3$, $-2 < x < 0$

ו.



בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 807

מתמטיקה, קיץ תשע"ח, מועד ב', מס' 035582 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב: הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונה הפרבולה הקנונית $y^2 = 2px$. $p > 0$ הוא פרמטר.

הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ נמצאות על הפרבולה.

נתון: שיפוע הישר AB הוא $\frac{4}{3}$,

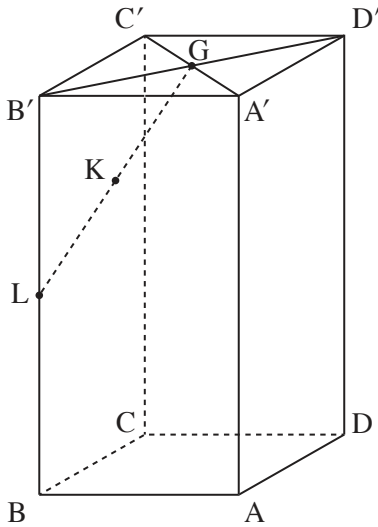
שיעור ה- y של אמצע הקטע AB הוא 9 .

א. מצא את משוואת הפרבולה.

נתון: המשיקים לפרבולה דרך הנקודות A ו- B מאונכים זה לזה.

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B (הנקודה A נמצאת ברביע הראשון).

ג. מצא עוד זוג נקודות על הפרבולה שהמשיקים דרכן לפרבולה מאונכים זה לזה.



2. בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ הנקודה L היא אמצע המקצוע BB' ,

והנקודה G היא מפגש האלכסונים של הפאה $A'B'C'D'$.

הנקודה K היא אמצע הקטע LG (ראה ציור).

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AB} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{u}$.

א. הבע באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את $\vec{DK}$.

ב. הוכח שהנקודה K נמצאת על האלכסון DB' ,

ומצא את היחס $\frac{DK}{DB'}$.

ההמשך של הקטע AK חותך את המישור $BCC'B'$ בנקודה F.

נתון: $\vec{AF} = s \cdot \underline{u} + \underline{v} + t \cdot \underline{w}$.

ג. (1) מצא את s ואת t, והראה כי הנקודה F נמצאת

על המקצוע $B'C'$.

(2) מצא את היחס $\frac{B'F}{B'C'}$.

3. z_A , z_B ו- z_C הם שלושה מספרים מרוכבים שונים זה מזה המייצגים

את הנקודות A, B ו- C במישור גאוס, בהתאמה.

נתון: $|z_A| = |z_B| = |z_C| = \sqrt{65}$,

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון,

z_A ו- z_C מקיימים את המשוואה: $(8 - i)z = (8 + i)\bar{z}$.

א. (1) מצא את z_A ואת z_C .

(2) הסבר מדוע $\angle ABC = 90^\circ$.

נתון: $AB = BC$.

ב. מצא את z_B (מצא את שתי האפשרויות).

נתון: הנקודה B נמצאת ברביע השני.

ג. a_n היא סדרה הנדסית שבה $a_1 = z_A$ ו- $a_2 = z_B$.

נתון: m הוא מספר טבעי כך שסכום m האיברים הראשונים של הסדרה a_n הוא 0.

הסבר מדוע m מתחלק ב-4 ללא שארית.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב: אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

נסמן: $g(x) = e^x - x$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, והסבר מדוע לכל x מתקיים: $e^x - x \geq 1$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$? נמק.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראה כי $f'(x) = \frac{2e^x - xe^x - 1}{(e^x - x)^2}$.

ידוע כי הביטוי $2e^x - xe^x - 1$ מוגדר לכל x וחיובי בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

ג. (1) חשב את $f(-1)$ ואת $f(1)$, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $-1 \leq x \leq 1$.

(2) הסתמך על הסעיפים הקודמים והסבר מדוע לפונקציה $f(x)$ יש לפחות שתי נקודות קיצון בתחום ההגדרה שלה כולו.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x = -1$ ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$.

בתחום $-1 \leq x \leq 0$.

5. נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(e^{2x} + b)$. $b > 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתונה הפונקציה: $g(x) = \ln(e^x + be^{-x})$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

ג. (1) הוכח: $f(x) - g(x) = x$.

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ (אם צריך, הבע באמצעות b).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את ערך הפרמטר b .

ה. הצב $b = 4$ וסרטט במערכת צירים אחת סקיצה של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

בהצלחה!

פתרון בגרות קיץ 2018 מועד ב' - שאלון 807/582

1. א. $y^2 = 24x$.

ב. $B(1.5, -6)$, $A(24, 24)$.

ג. יש אינסוף זוגות נקודות כאלו, שמכפלת שיעורי ה- y שלהם היא -144 ,

למשל: $(24, -24)$, $(1.5, 6)$ או $(6, 12)$, $(6, -12)$.

2. א. $\overrightarrow{DK} = \frac{3}{4}\overrightarrow{w} - \frac{3}{4}\overrightarrow{u} + \frac{3}{4}\overrightarrow{v}$.

ב. $\frac{DK}{DB} = \frac{3}{4}$.

ג. $s = \frac{1}{3}$, $t = 1$ (1).

$\frac{B'F}{B'C} = \frac{1}{3}$ (2).

3. א. (1) $z_C = -8 - i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 187.125^\circ$, $z_A = 8 + i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 7.125^\circ$.

(2) מתקבל מעגל קנוני שבו AC קוטר ו- B נמצאת על היקף המעגל, כך ש $\angle CAB$ הינה זווית

היקפית הנשענת על הקוטר.

ב. $z_B = 1 - 8i = \sqrt{65} \operatorname{cis} -82.875^\circ$ או $z_B = -1 + 8i = \sqrt{65} \operatorname{cis} 97.125^\circ$.

ג. נתון $S_m = 0$ ולכן מתבקש $q^m - 1 = 0$.

$q = \operatorname{cis} 90^\circ$ ולכן $[\operatorname{cis} 90^\circ]^m - 1 = 0$.

$\operatorname{cis} 90m = 1$

כלומר: $90m = 360k$

$m = 4k$

4. א. (1) כל x .

(2) $\min(0, 1)$.

לפונקציה יש נקודת מינימום מוחלט בנקודה $(0, 1)$, לכן $g(x) \geq 1$ לכל x ,

כלומר $e^x - x \geq 1$ לכל x .

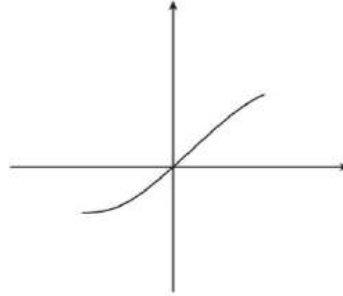
ב. (1) כל x .

(2) $x < 0 : y = 0$, $x > 0 : y = 1$

(3) $(0,0)$.

(4) הוכחה.

ג. (1) $f(1) = 1$, $f(-1) = \frac{1-e}{1+e} = -0.46$



(2) $f'(0) = 1$, $f'(-5) = -0.038$ כיוון ש $f'(x)$ רציפה, קיימת בין $x = 0$ ל- $x = -5$ לפחות נקודה

אחת שבה $f'(x) = 0$ והיא נקודת מינימום של הפונקציה.

$f'(0) = 1$, $f'(5) = -0.021$ כיוון ש $f'(x)$ רציפה, קיימת בין $x = 0$ ל- $x = 5$ לפחות נקודה

אחת שבה $f'(x) = 0$ והיא נקודת מקסימום של הפונקציה.

ד. $S = \ln(1 + \frac{1}{e})$.

5. א. (1) כל x .

(2) עולה בכל תחום הגדרתה.

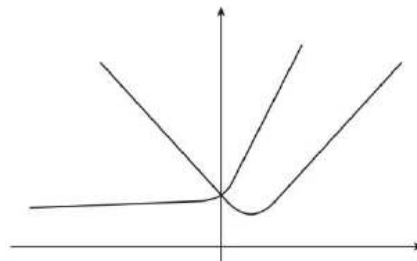
ב. כל x .

ג. (1) הוכחה.

(2) $(0, \ln(1+b))$.

ד. $b = 4$.

ה.



בגרות חורף 2018 - שאלון 807/582

מתמטיקה, חורף תשע"ח, מס' 035582, 035807, 317 + נספח

- 2 -

השאלות

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מן השאלות 1-3 (לכל שאלה — $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתונות הנקודות: $A(0, 0)$, $B(19, 0)$ ו- $D(9, 0)$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות הנקודות C , שעבורן CD הוא חוצה זווית

במשולש ABC .

ב. מהו השטח הגדול ביותר של משולש ABC שנבנה באופן המתואר בסעיף א?

ג. מצא את שיעורי שתי הנקודות C שעבורן הצלע BC במשולש ABC משיקה למקום הגאומטרי שאת

משוואתו מצאת בסעיף א.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

2. $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה שכל מקצועותיה שווים זה לזה.

נסמן את אורך המקצוע a .

$ABCK$ היא פירמידה ישרה. DK הוא גובה בפירמידה $ABCK$, כמתואר בציור.

נתון: $DK = t \cdot AA'$,

נפח המנסרה $ABCA'B'C'$ גדול פי 4.5 מנפח הפירמידה $ABCK$.

א. חשב את t .

ב. מצא את הזווית בין המישור ABK למישור ABC .

נתון: נפח הפירמידה $ABCK$ הוא $12\sqrt{3}$.

ג. מצא את a .

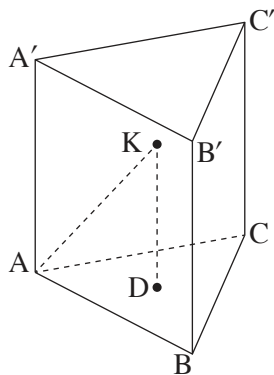
נתון: הקודקוד A נמצא בראשית הצירים, הקודקוד A' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z ,

והקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y .

שיעורי הקודקוד B הם חיוביים.

ד. (1) מצא את שיעורי הקודקוד B' .

(2) מצא את משוואת המישור $AB'K$.



3. א. פתור את המשוואה $z^2 + (-5 + 2i)z + 7 + i = 0$.

נסמן ב־ w את פתרון המשוואה מסעיף א, המייצג את הנקודה שקרובה יותר לראשית הצירים.

a_n היא סדרה חשבונית. w הוא איבר בסדרה וגם 1 הוא איבר בסדרה.

ב. (1) הסבר מדוע כל איברי הסדרה הם מן הצורה: $a_n = 1 + b \cdot i$. b הוא מספר ממשי.

(2) הסבר מדוע כל הנקודות במישור גאוס המייצגות את איברי הסדרה a_n , חוץ מן הנקודה $(1, 0)$,

נמצאות מחוץ למעגל היחידה.

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ($\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מן השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הפיתול של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(4) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. הסבר מדוע עבור כל מספר ממשי a מתקיים: $\int_a^{a+1} f(x) dx < 1$. תוכל להיעזר בסרטוט.

ג. (1) $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $f(x) = g(x) + \frac{1}{2}$.

הוכח שהפונקציה $g(x)$ היא פונקציה אי־זוגית.

(2) הסבר מדוע לכל שני מספרים b ו- c המקיימים $0 < b < c$ מתקיים:

$$\int_{-c}^{-b} f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = c - b$$

בתשובתך תוכל להיעזר בסרטוט מתאים ובשיקולי סימטריה.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(\ln x)^n}{\sqrt{x}}$. n הוא מספר טבעי.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

סובבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 1$ ו- $x = e^2$.

סביב ציר ה- x . נפח גוף הסיבוב שהתקבל שווה ל- $\frac{32\pi}{2n+1}$.

ב. מצא את n .

הצב בפונקציה $f(x)$ את n שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = 0$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + m$, $m \neq 0$, הוא פרמטר.

נתון כי קיימת נקודה שבה גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .

(1) מצא את m .

(2) עבור אילו ערכים של k יש למשוואה $g(x) = k$ פתרון יחיד?

בהצלחה!

פתרון בגרות חורף 2018 - שאלון 807/582

1. א. $(x+81)^2 + y^2 = 8,100$

ב. יחיד $S_{\triangle ABC} = 855$

ג. $C(0, -\sqrt{1,539})$, $C(0, \sqrt{1,539})$

2. א. $t = \frac{2}{3}$

ב. 66.59°

ג. $a = 6$

ד. $B'(3\sqrt{3}, 3, 6)$ (1)

(2) $x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}z = 0$

3. א. $z_2 = 4 - 3i$, $z_1 = 1 + i$

ב. (1) הסבר.

(2) הסבר.

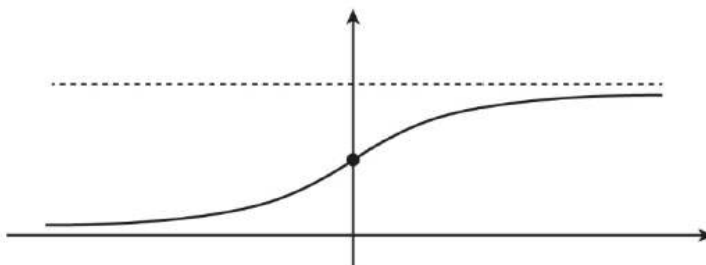
4. א. (1) כל x

(2) עלייה: כל x , ירידה: אין.

(3) $(0, \frac{1}{2})$

(4) $y = 0$, $y = 1$

(5)



ב. הסבר.

ג. (1) הוכחה.

(2) הסבר.

5. א. (1) $0 < x$.

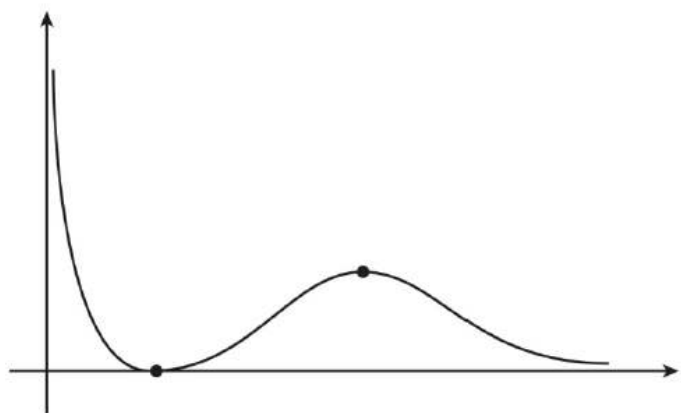
(2) $(1, 0)$.

ב. $n = 2$.

ג. (1) מיינימום: $(1, 0)$, מקסימום: $(e^4, \frac{16}{e^2})$.

(2) $x = 0$.

7.



$$m = -\frac{16}{e^2} \quad (1) \quad n$$

$$k = -\frac{16}{e^2} \quad \text{for } 0 < k \quad (2)$$