פתרון בגרות מועד ב' קיץ 2018 שאלון 35481 (804)

(1

בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו 52a ס"מ והכין ממנו שתי מסגרות לתמונות:

מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן.

צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע.

החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.

א. הבע באמצעות a את אורכי צלעות המלבן.

ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת מלבנית זהה למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו ארוכה ב־ 65% מצלע הריבוע הראשון.

מצא בכמה אחוזים החוט הנוסף ארוך מן החוט הראשון.

ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ.

חשב את אורכי צלעות המלבן.

פתרון:

א. נסמן את צלע הריבוע בs ובהתאם נסמן בעזרת s את צלעות המלבן. אנחנו יודעים שאורך

החוט ברזל הוא באורך ההיקף של המלבן והריבוע יחד.נבטא זאת במשוואה ,

$$52a = 4s + 2s + 2\cdot\frac{4s}{3}$$

$$52a = 6s + \frac{8s}{3}$$

$$156a = 18s + 8s$$

$$156a = 26s$$

$$s = 6a$$

לכן אורכי הצלעות במלבן בשימוש בa הם, 6a ו 8a.

ב. בגלל שהגדילו את הצלע של הריבוע ב65% אורך הצלע החדשה היא הנוכחית כפול 165% ככה

שהצלע החדשה היא

$$\frac{165}{100}\cdot 6a = 9.9a$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

עכשיו אפשר לחשב מה אורך החוט החדש.

$$4\cdot 9.9a+2\cdot 6a+2\cdot 8a=67.6a$$

כדי לחשב בכמה אחוזים החוט החדש גדול נעשה את החישוב הבא: אורך חוט חדש פחות אורך חוט ישן חלקי אורך חוט ישן.

$$\frac{67.6a-52a}{52a}\cdot 100=30\%$$

לכן החוט החדש ארוך ב30% מהחוט הראשון.

ג. אפשר להשתמש בפיתגורס כדי למצוא לכמה a שווה, לאחר מכן נציב את התשובה של a ונמצא את צלעות המלבן.

$$(6a)^2+(8a)^2=45^2$$
$$36a^2+64a^2=45^2$$
$$100a^2=45^2$$
$$a^2=\frac{45^2}{100}$$
$$a=4.5,-4.5$$
$$(a\neq -4.5)$$
$$a=4.5$$

לכן צלעות המלבן הן 36 ס"מ ו27 ס"מ.

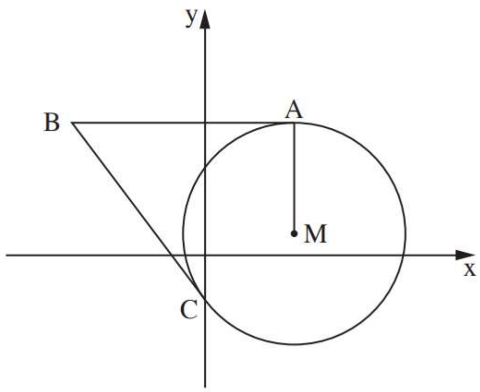
זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

2)

מעגל שמרכזו בנקודה $M(4,1)$ חותך את ציר ה־ y בנקודה C, כמתואר בציור.

מן הנקודה B, הנמצאת ברביע השני, העבירו שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו־ C.

משוואת הישר AB היא $y = 6$.



א. מהי משוואת המעגל?

ב. מצא את משוואת הישר BC.

ג. חשב את שטח המרובע $ABCM$.

ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פתרון:

א. **בשביל למצוא את משוואת המעגל צריך את הרדיוס והנקודה המרכזית**. אפשר לראות שAM אנכי כיוון שמשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה. ואנחנו גם יודעים ששיעורי הנקודה A הם (4,6), לכן המרחק בין A לM שזה הרדיוס הוא הפרש שיעורי הy , ככה ש הרדיוס יוצא 6-1=5.

לכן משוואת המעגל היא

$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

ב.כדי לחשב את משוואת הישר צריך נקודה ושיפוע נשתמש בנקודה Cשהיא חיתוך המעגל עם ציר

הy נציב x=0 במשוואת המעגל ונקבל את שיעור הy.

$$(0-4)^2+(y-1)^2=25$$
$$(y-1)^2=25-16$$
$$(y-1)^2=9$$

$$y-1=3$$
$$y=4$$

$$y-1=-3$$
$$y=-2$$

y לא יכול להיות 4 כי נקודת החיתוך נמצאת בצד השלילי של ציר הy. לכן שיעורי הנקודה הם (0,-

2). לגבי השיפוע ניתן להשתמש בשיפוע של MC מכיוון שהוא מאונך לBC (משיק בנקודת השקה

מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה) הוא הופכי ונגדי.

$$M_{MC}=\frac{1+2}{4}=\frac{3}{4}$$
$$M_{BC}=\frac{-4}{3}$$

לכן משוואת BC היא

$$y+2=\frac{-4}{3}x$$
$$y=\frac{-4}{3}x-2$$

ג. אנחנו יודעים ששני משיקים שיוצאים מאותה נקודה שווים אחד לשני ולכן קיבלנו שני

משולשים חופפים(צ-רדיוסים.ז-90 מעלות נקודת השקה.צ-שני משקים מאותה נקודה)

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

לכן מספיק שנחשב שטח של אחד מהמשולשים ונכפיל פי 2. אם ניקח את משולש ABM נראה שAM הוא 5 (מצאנו בסעיף קודם). ועכשיו נשאר למצוא את אורך AB, בשביל זה צריך את A שיש לנו כבר ואת B.

נוכל למצוא את שיעורי B דרך הישרים AB וBC היא נקודת החיתוך שלהם.

$$\begin{aligned}
&\frac{-4}{3}x-2=6\\
&-4x-6=18\\
&-4x=24\\
&-6=x
\end{aligned}$$

לכן שיעורי B הם (-6,6)

AB מאונך לרדיוס לכן הוא מאונך לציר הy ככה שחישוב אורכו זה חיבור שיעורי הx של A ושל B.

$$d_{AB}=4+6=10$$

כל מה שנשאר זה להציב את אורך AB כפול אורך AM ונקבל את שטח המרובע ABCM.

$$\begin{aligned}
&S_{\Delta ABM}=\frac{AM\cdot AB}{2}=\frac{5\cdot 10}{2}=25\\
&S_{ABCM}=50
\end{aligned}$$

ד. בגלל שBCM הוא ישר זווית MB הוא קוטר המעגל החוסם, לכן הרדיוס עצמו יהיה MB חלקי 2.

$$\sqrt{(-6-4)^2+(6-1)^2}=\sqrt{100+25}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

3)

בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר.

מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר.

75% מן הבנים גרים בעיר ו־ 40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר.

בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שבחרו בבן שגר בעיר?

ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?

ד. בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום).

מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת).

פתרון:

נסמן בנים בb ובהתאם נסמן את הבנות בעזרת b. אנחנו יודעים שבהסתברות הסכום שווה ל1 לכן עם

נחבר את ההסתברות לבחור בן b ועוד ההסתברות לבחור בת 1.25b זה יהיה שווה ל1 ככה ש

$$1.25b+b=1$$

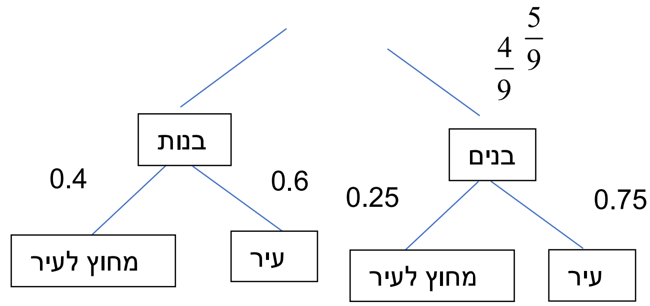
$$2.25b=1$$

$$b=\frac{4}{9}$$

וההסתברות לבחור בת היא 1.25 כפול $\frac{4}{9}$ שווה $\frac{5}{9}$

אז עכשיו אפשר לשרטט לנו את עץ ההסתברויות עם הנתון שמצאנו.

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור



א. נחשב את ההסתברות שבן גר בעיר

P(בן שגר בעיר)= $\frac{4}{9}\cdot 0.75=\frac{1}{3}$

ב. ידוע לנו מראש שמי שנבחר זאת בת שגרה בעיר, לכן זוהי הסתברות מותנית, היא מותנית רק בתלמידים שגרים בעיר, כלומר זה מתוך התלמידים שגרים בעיר מה ההסתברות שהן בנות.

P(בת שגרה בעיר)= $\frac{5}{9}\cdot 0.6$

P(מגורים בעיר)= $\frac{5}{9}\cdot 0.6+\frac{4}{9}\cdot 0.75$

P(בת שגרה בעיר/מגורים בעיר)= $\frac{1}{2}=\dfrac{\frac{5}{9}\cdot 0.6}{\frac{5}{9}\cdot 0.6+\frac{4}{9}\cdot 0.75}$

ג. ההסתברות של מגורים בעיר היא $\frac{2}{3}$

אנחנו יודעים עכשיו שיש 900 תלמידים בבית ספר ורק $\frac{2}{3}$ מתוכם גרים בעיר. לכן מספר התלמידים שגרים בעיר הוא,

$$\frac{2}{3}\cdot 900=600$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד ממורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

ד. אנחנו יודעים מסעיף ג' שההסתברות לגור בעיר היא $\frac{2}{3}$ לכן ההסתברות לגור מחוץ לעיר היא

$\frac{1}{3}$

נשתמש במקדם הבינומי- n בוחר k . כדי למצוא את האופציות המוצלחות הקיימות שתורן

נבחר גר מחוץ לעיר לפחות פעמיים רצוף.

אנחנו יודעים שתורן נבחר סה"כ 3 פעמים לכן $n=3$.

ואנחנו יודעים שצריך להיבחר לפחות פעמיים לכן **או** שייבחר פעמיים **או** שלוש פעמים, כלומר

$k=2$ או $k=3$.

לפי ה"**או**" אנחנו יודעים שצריך לחלק לשני מקרים. מקרה אחד שהתורנים מחוץ לעיר נבחרו

פעמיים והמקרה השני שהם נבחרו 3 פעמים.

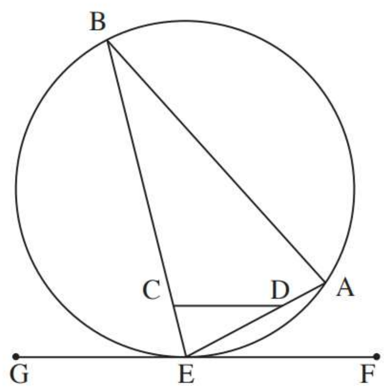
פעמיים: $\frac{2}{9} = \binom{3}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)$

שלוש פעמים: $\frac{1}{27} = \binom{3}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^0$

P(2 תורנים לפחות הם מחוץ לעיר)$=\frac{2}{9}+\frac{1}{27}=\frac{7}{27}$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

(4



המשולש AEB חסום במעגל.

הקטע GF משיק למעגל בנקודה E.

הנקודות C ו־ D נמצאות על הצלעות BE ו־ AE בהתאמה,

כך שהקטע CD מקביל למשיק.

א. הוכח: $\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDE$.

ב. הוכח: $\Delta CDE \sim \Delta ABE$.

ג. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD בְּמעגל.

ד. נתון: CD = 4 ס"מ , BE = 12 ס"מ , $ED = \frac{1}{3}AB$.

חשב את אורך הקטע ED.

פתרון:

	טענה	נימוק
1	$GF \parallel CD$	נתון
2	$\angle CDE = \angle DEF$	זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות.
3	GF משיק למעגל בE	נתון
4	$\angle ABE = \angle AEF$	הזווית בין המשיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר מהצד השני.
5	$\angle CDE = \angle ABE$ **מש"ל א'**	כלל המעבר ושורה 2,4
6	$\angle DEC = \angle BEA$	זוויות שהן משותפות למשולש CED ומשולש BEA
7	$\Delta CDE \sim \Delta ABE$ **מש"ל ב'**	משפט הדימיון (ז.ז.) ושורה 5,6
8	$\angle CDE = \beta$	סימון ושורה 5
9	$\angle ADC = 180° - \angle CDE$ $\angle ADC = 180° - \beta$	סכום זוויות צמודות הוא 180 מעלות והצבה שורה 8
10	$\angle EBA + \angle CDE = 180°$	סכום זוויות

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

11	ABCD ניתן לחסימה במעגל. **מש"ל ג'**	מרובע שכל זוג של זוויות נגדיות משלימות ל180 מעלות ניתן לחסום אותו במעגל.
12	12=EB,4=CD, $ED=\frac{1}{3}AB$	נתון
13	y=ED	סימון
14	AB=3y	הצבה שורה 13
15	$\frac{ED}{EB}=\frac{CD}{AB}$ $\frac{y}{12}=\frac{4}{3y}$ $3y^2=48$ $y=4$	במשולשים דומים היחס בין הצלעות המתאימות שווה אחד לשני ושורה 7,13,14,15
16	ED=4. **מש"ל ד'**	הצבה שורה 14

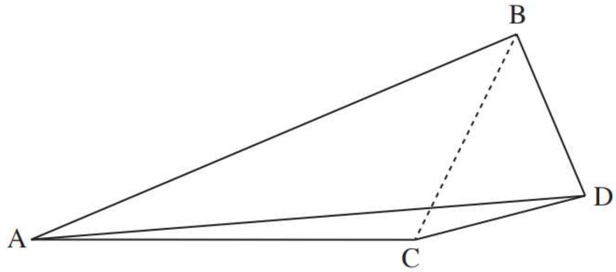
(5

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

ABD הוא משולש ישר־זווית $(\sphericalangle ABD = 90^o)$.

נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.

א. חשב את גודל הזווית ADB .



C היא נקודה מחוץ למשולש.

נתון: $\sphericalangle ADC = 10^o$, $CD = BD$.

ב. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC .

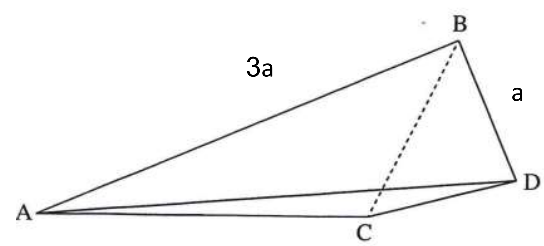
ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC .

ד. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.

חשב את שטח המרובע $ABDC$.

פתרון:

א. אם נסתכל על משולש ABD והנתונים שיש לנו בנוגע לאורך של AB וBD אפשר למצוא את הזווית ADB בעזרת טאנגנס.

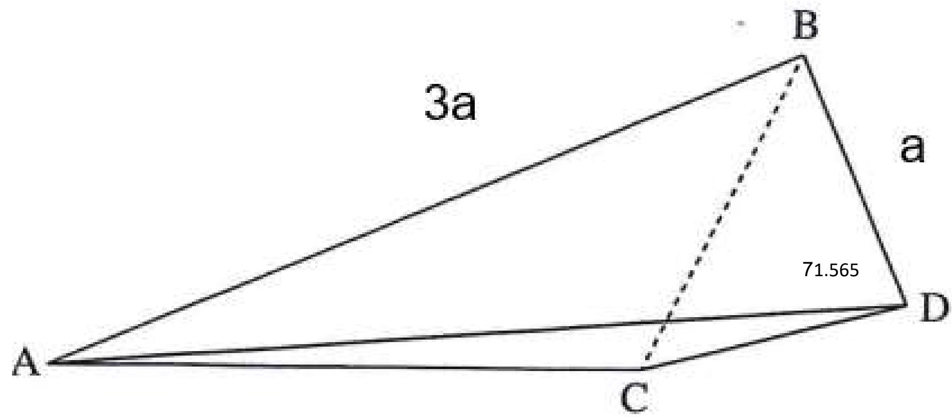


$$\tan BDA = \frac{3a}{a} = 3$$

$$\sphericalangle BDA = 71.565°$$

ב.

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור



כדי למצוא את BC נמצא את זוויות המשולש BDC ונשתמש במשפט הסינוס. נתחיל בלהסתכל על משולש BDC נתון ש$a=BD=CD$. בנוסף נתון שזווית ADC שווה 10 מעלות. בעקבות הסעיף הקודם אפשר לחשב את הזווית BDC, היא שווה ל81.565

עכשיו ניתן לחשב את זוויות הבסיס, כיוון שזה משולש שווה שוקיים נוריד מ180 מעלות את זווית הראש ונחלק בשתיים.

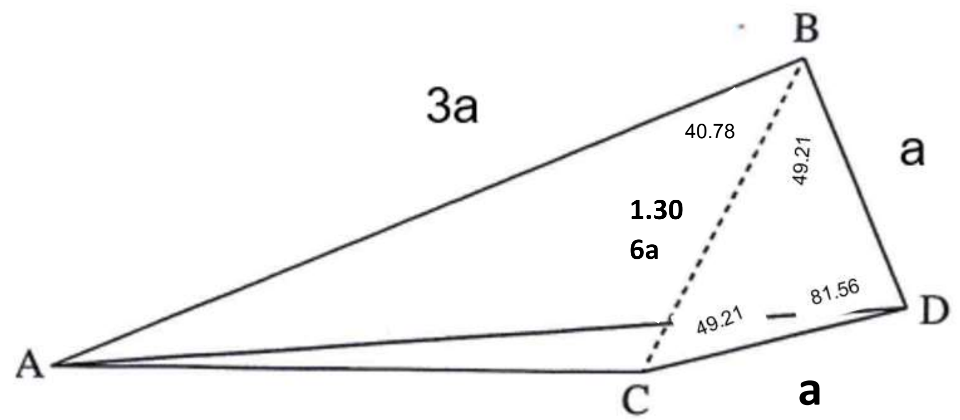
$$\frac{180-81.565}{2}=49.2175^{\circ}$$

עכשיו יש לנו את כל הזוויות ואפשר לחשב את BC בשימוש משפט הסינוס.

$$\frac{BC}{\sin 81.565}=\frac{a}{\sin 49.2175}$$
$$BC=1.306a$$

ג.

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור



נשתמש במשפט הקוסינוס כדי למצוא את AC. כדי להשתמש במשפט נסתכל על משולש ABC ונחשב את זווית CBA בעזרת זווית בסיס שמצאנו בסעיף הקודם ושהזווית ABD נתונה כ90 מעלות.לכן זווית CBA שווה 40.7825=90-49.2175.

עכשיו נוכל להשתמש במשפט הקוסינוס. בשימוש בנוסף עם AB וBC שמצאנו בסעיף הקודם.

$$AC^2 = (3a)^2 + (1.306a)^2 - 2\cdot 3a \cdot 1.306a \cdot \cos 40.7825$$
$$AC^2 = 4.772a^2$$
$$AC = 2.185a$$

ד.את השטח של ABCDאפשר לחשב בעזרת מציאת שטח ABC ושטח DBC. כמו כן נתון לנו ששטח DBC הוא 30 סמ"ר. אם נמצא את a בשימוש בנתון זה בהבעת שטח נוכל להציב אותו בצלעות ולמצוא את שני השטח של המשולש ABC ולחבר בינו לבין DBC למציאת שטח המרובע.

$$S_{DBC} = \frac{a \cdot a \cdot \sin 81.565}{2} = 0.495a^2$$
$$0.495a^2 = 30$$
$$a^2 = 60.606$$
$$a = 7.785$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

לכן AB=23.355, וBC=10.167.

נחשב עכשיו את שטח ABC, לאחר מכן נמצא את שטח המרובע ABCD.

$$S_{ABC} = \frac{23.355 \cdot 10.167 \cdot \sin 40.7825}{2} = 77.55$$

$$S_{ABCD} = 77.55 + 30 = 107.55$$

6)

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

matic
יותר ממורה פרטי
www.מטיק.co.il

נתונה הפונקציה $f(x)=x^2(x-4)^2$, המוגדרת לכל x .

ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. **(1)** מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה־ x .

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

פתרון:

א. (1)חיתוך עם ציר ה x זה להציב ב y 0.

$$x^2(x-4)^2=0$$

$$x^2=0$$
$$x=0$$
$$(0,0)$$

$$(x-4)^2=0$$
$$x-4=0$$
$$x=4$$
$$(4,0)$$

חיתוך ציר ה y זה להציב בx 0.

$$0^2(0-4)^2=0$$
$$(0,0)$$

לכן נקודות החיתוך הן (4,0), (0,0).

(2) כדי למצוא את נקודות הקיצון נגזור את המשוואה שלנו ונשווה אותה לאפס.

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

$$f'(x) = 2x(x-4)^2 + x^2 \cdot 2(x-4)$$
$$f'(x) = 2x(x-4)(2x-4)$$

$$0 = 2x(x-4)(2x-4)$$
$$2x = 0$$
$$x = 0$$

$$x - 4 = 0$$
$$x = 4$$

$$2x - 4 = 0$$
$$x = 2$$

קיבלנו x=2,x=4,x=0.

עכשיו נחשב את שיעורי ה y של כל אחד מx שקיבלנו.

$$f(0) = 0 \Rightarrow (0,0)$$
$$f(2) = 2^2(2-4)^2 = 16 \Rightarrow (2,16)$$
$$f(4) = 4^2(4-4)^2 = 0 \Rightarrow (4,0)$$

נשתמש בטבלה לקבוע את סוג הקיצון

נציב בנגזרת -1,5,3,1

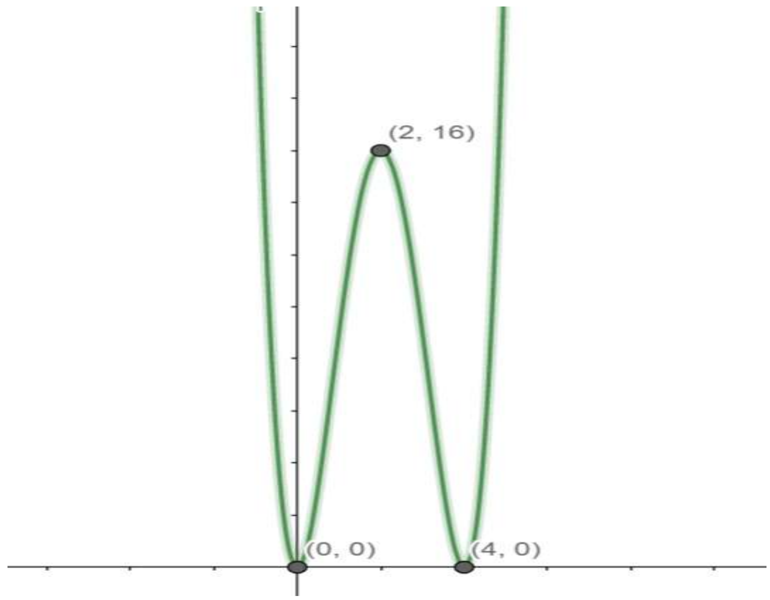
	-1	**0**	1	**2**	3	**4**	5
f’(x)	-	0	+	0	-	0	+
f(x)	↘	0	↗	16	↘	0	↗

לכן

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

נקודות הקיצון הן, (0,0) מינימום (2,16) מקסימום (4,0) מינימום.

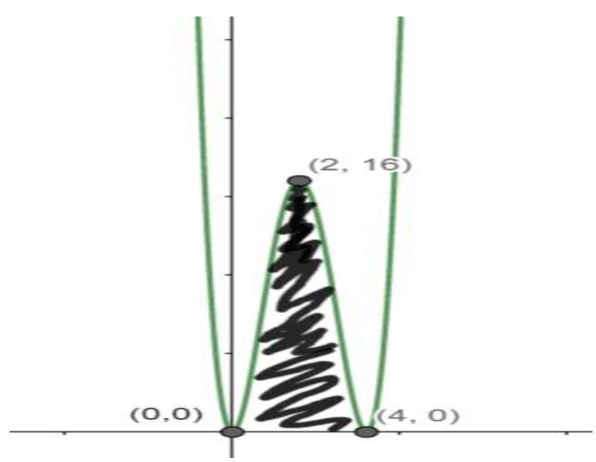
(3) נשרטט :



(4) נסתכל על גרף הפונקציה ששרטטנו, הפונקציה חיובית ב $x<0$, $0<x<4$, $x>4$.

ואין שום תחום שליליות.

ב. השטח המוגבל ע"י הפונקציה והציר הוא :



נסדר את הפונקציה שיהיה לנו נוח לעשות אינטגרל איתה. ואז נחשב.

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

$$x^2(x-4)^2 = x^2(x^2-8x+16) = x^4-8x^3+16x^2$$

$$\int_0^4 (x^4-8x^3+16x^2)dx = \left[\frac{x^5}{5}-\frac{8x^4}{4}+\frac{16x^3}{3}\right]$$

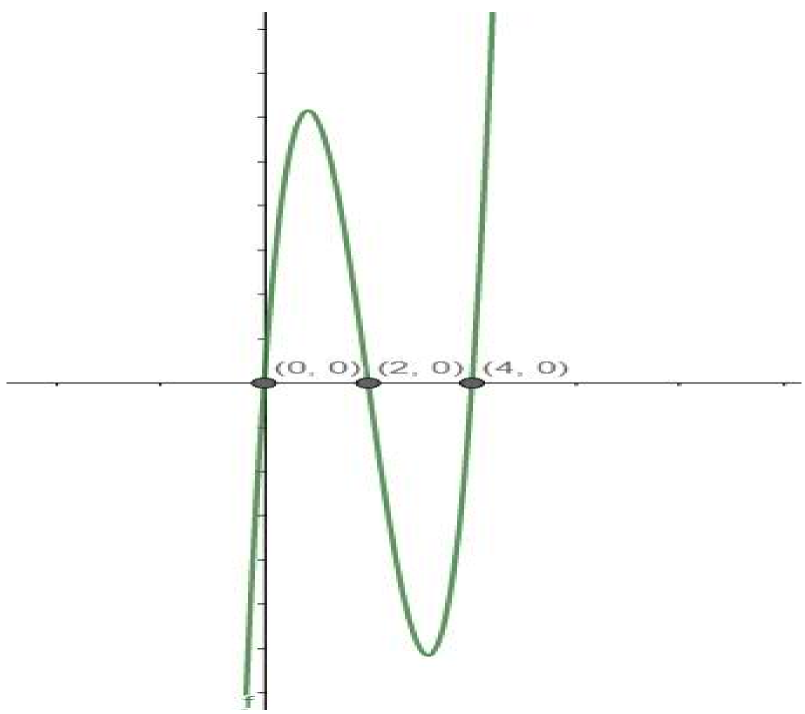
$$x=4: \frac{4^5}{5}-\frac{8\cdot 4^4}{4}+\frac{16\cdot 4^3}{3}=\frac{512}{15}$$

$$x=0: 0-0+0=0$$

$$S=\frac{512}{15}-0=34.133$$

השטח שווה ל34.133 יח"ר.

ג. כדי ליצור את השרטוט של הנגזרת נזכור שצריך להשתמש בתחומי העליה והירידה של הפונקציה כדי למצוא את תחומי החיוביות והשליליות של השרטוט של הנגזרת. בנוסף נזכור שיעורי הx של הקיצון בפונקציה הם חיתוך עם ציר הx בנגזרת.



7)

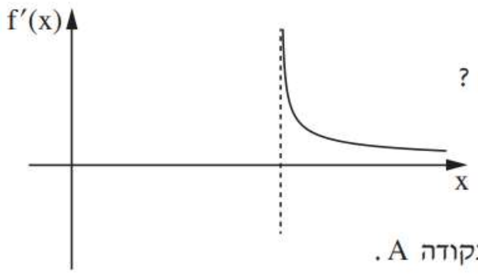
נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{2x-13}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. **(1)** מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו־ $f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A .

ג. חשב את שיעורי הנקודה A .

מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה־ x .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x=11$.

פתרון:

א.(1) תחום ההגדרה זה כאשר הביטוי בשורש חייב להיות לא שלילי.

$$2x-13\ge 0$$
$$x\ge 6.5$$

(2) החיתוך עם הצירים הוא הצבת 0 ב x בשביל חיתוך עם ציר ה y, ולהפך עם חיתוך ציר הx.

חיתוך עם ציר הy אין לנו בגלל תחום ההגדרה $x\ge 6.5$ לכן הוא לא יכול להיות שווה ל0. לגבי חיתוך עם ציר הx

$$\sqrt{2x-13}=0$$
$$2x-13=0$$
$$x=6.5$$
$$(6.5,0)$$

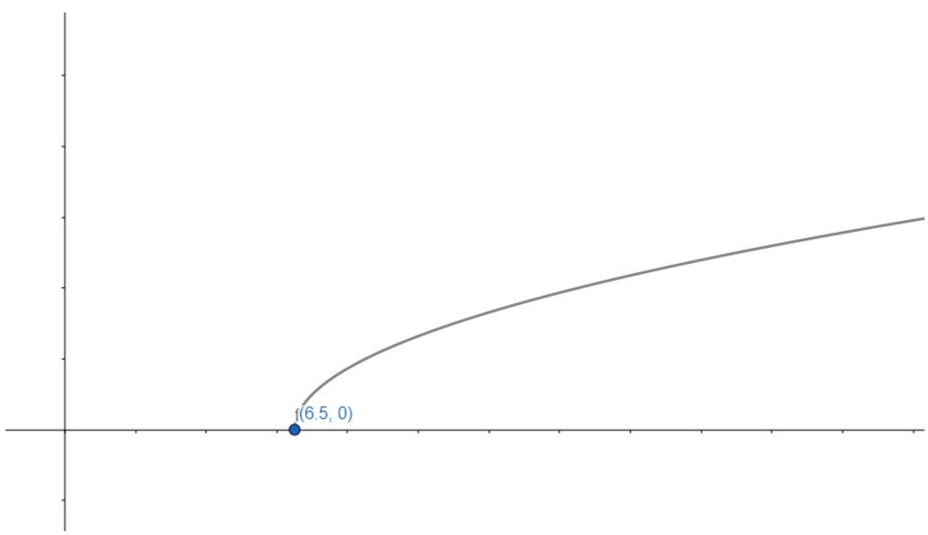
זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד ממורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

(3) נסתכל עבור תחום הגדרה שמצאנו בנגזרת. לא משנה מה נציב שמתאים לתחום ההגדרה נראה שהנגזרת תמיד חיובית.

$$f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x-13}}=\frac{1}{\sqrt{2x-13}}\rightarrow\frac{+}{+}=+$$

לכן הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

(4)נשרטט :



ב.1)ניקח את הנגזרת שלנו ונשים לב שבגלל שיש שורש במכנה התחום הגדרה זה כאשר הביטוי במכנה גדול מאפס בלבד ולא גם שווה לאפס.

$$2x-13>0$$
$$2x>13$$
$$x>6.5$$

(2) לפי הסעיף הקודם ניתן לראות שהאסימפטוטה תהיה x=6.5

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

ג. כדי למצוא את נקודת החיתוך נשווה בין המשוואה של הנגזרת למשוואה של הפונקציה ונמצא את

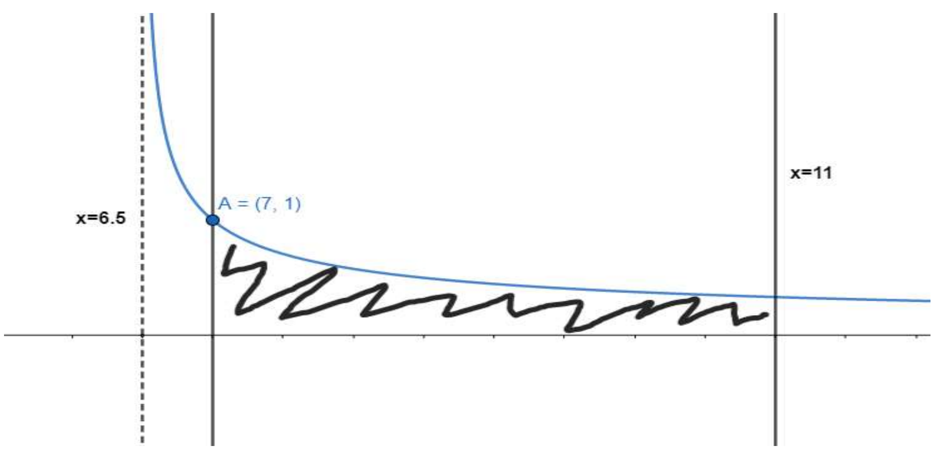
שיעור הx של נקודת החיתוך.

$$\sqrt{2x-13}=\frac{1}{\sqrt{2x-13}}$$
$$2x-13=1$$
$$x=7$$

נמצא את שיעור y בהצבת מה שקיבלנו בx בפונקציה.

$\sqrt{2\cdot 7-13}=1$ לכן נקודת החיתוך A (7,1).

ד.נשרטט את השטח שאנחנו צריכים לחשב.



בגלל שאנחנו מחשבים את השטח שחסום ע״י הנגזרת ניזכר שהאינטגרל של הנגזרת תתן לנו את

הפונקציה.

$$\int_{7}^{11} f'(x)dx=\left[f(x)\right]=f(11)-f(7)$$
$$\sqrt{2\cdot 11-13}-\sqrt{2\cdot 7-13}=3-1=2$$

לכן השטח הוא 2יח״ר

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

8)

לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x-1}+3$ ברביע הראשון.

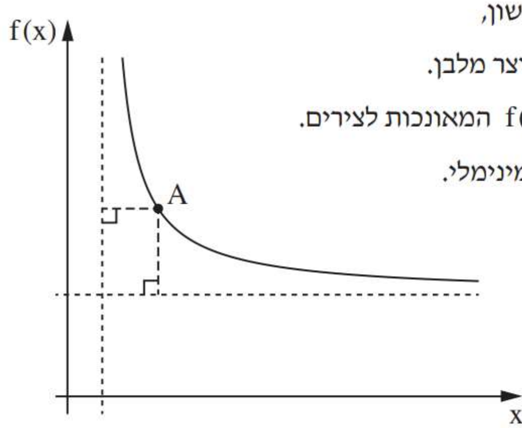
מנקודה A , הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון,

העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.

א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.



פתרון :

א. אסימפטוטה שהיא אנכית היא לפי תחום ההגדרה של הפונקציה. לכן האסימפטוטה האנכית היא

.x=1

לגבי האסימפטוטה האופקית , נסדר את הפונקציה שיהיה לנו קל לעבוד איתה.

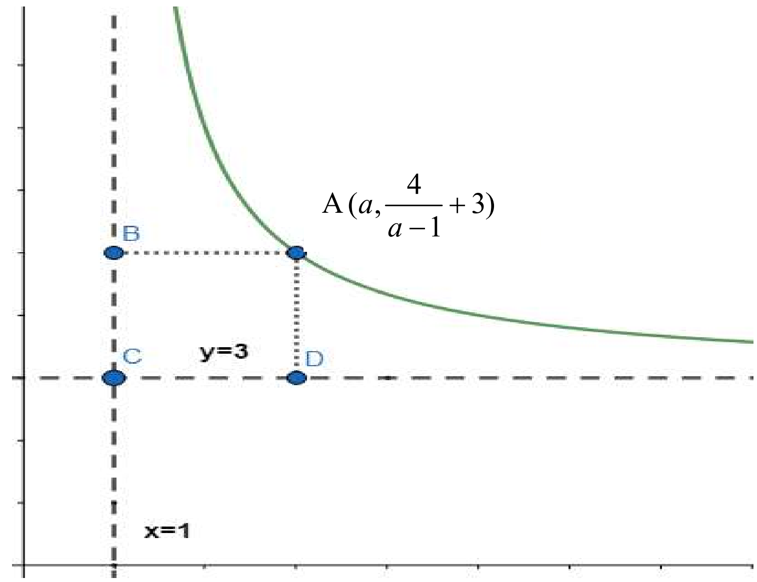
$$f(x)=\frac{4}{x-1}+3$$
$$f(x)=\frac{4+3(x-1)}{x-1}$$
$$f(x)=\frac{4+3x-3}{x-1}=\frac{3x+1}{x-1}$$

נשים לב, שהחזקה הגבוהה ביותר שווה במכנה ובמונה לכן האסימפטוטה האופקית שווה לחלוקת

המקדמים של הx בחזקה זו.כלומר y=3.

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

ב. נסמן את $A\left(a, \frac{4}{a-1}+3\right)$ כיוון שA נמצאת על גרף הפונקציה .



נחשב את היקף המלבן :

$$2(AB+AD)$$

$$2((a-1)+(\frac{4}{a-1}+3-3)) = 2(a-1+\frac{4}{a-1})$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור

נגזור את ההיקף כדי למצוא עבור איזה ערך של a היקף המלבן הוא מינימלי,ונשווה לאפס.

$$f'(a)=2(1+(\frac{0(a-1)-4}{(a-1)^2}))$$
$$f'(a)=2(1-\frac{4}{(a-1)^2})$$

$$0=2(1-\frac{4}{(a-1)^2})$$
$$0=1-\frac{4}{(a-1)^2}$$
$$1=\frac{4}{(a-1)^2}$$
$$(a-1)^2=4$$

$$a-1=2$$
$$a=3$$

$$a-1=-2$$
$$a=-1$$

בגלל שa ברביע הראשון הוא לא יכול להיות שווה ל-1-. לכן שיעורו הוא 3. נשתמש בטבלה לראות האם עבור שיעור זה ההיקף מינימלי.

נציב: 2,4

	2	3	4
h'(x)	-	0	+
h(x)	↘		↗

לכן לפי הטבלה ההיקף מינימלי עבור a=3. כל מה שנשאר זה לחשב את שיעור הy המתאים.

$$\frac{4}{3-1}+3=5$$

A(3,5).

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים המקצועיים שלנו ישמח לעזור

www.מטיק.co.il

ג. נחשב את שטח המלבן המינימלי בעזרת שיעורי הנקודה שמצאנו בסעיף הקודם.

$$AB \cdot AD$$

$$(a-1) \cdot \frac{4}{a-1} = 4$$

זקוקים לעזרה במתמטיקה? מוזמנים לפנות אלינו ב- 055-6658095 ואחד מהמורים הפרטיים שלנו ישמח לעזור