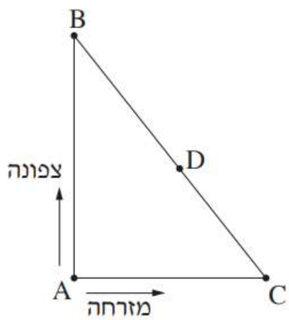
פתרון בגרות מועד ב' קיץ 2019 שאלון 35481 (804)

1)



שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A .

רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור).

בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B , ורוכב ב' הגיע לנקודה C

כך שהמרחק ביניהם, BC , היה 30 ק"מ.

מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב־ 6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.

א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה:

רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם,

ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב־ 3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם.

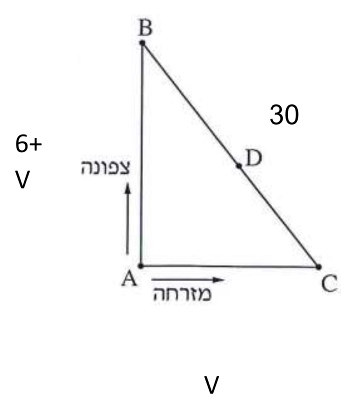
הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).

ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?

פתרון:

א. לפי הנתונים אנחנו יודעים שרוכב א' נהג במהירות גבוהה ב 6 קמ"ש מרוכב ב'. לכן נוכל לסמן את מהירות הנסיעה של רוכב ב' בV כך שמהירות רוכב א' היא 6+V. כיוון ששניהם נסעו שעה נוכל לחשב את הדרך ששניהם עברו, זמן=1 (שעה). לכן הדרך של רוכב א' היא V והדרך של רוכב ב' היא 6+V.

נשים את מה שמצאנו על המשולש דרך ונוסיף את המרחק ביניהם בסוף הנסיעה.



אם כן נוכל לחשב מה היא המהירות בשימוש פיתגורס.

$$(V+6)^2+V^2=30^2$$
$$V^2+12V+36+V^2=900$$
$$2V^2+12V-864=0$$
$$\frac{-12\pm\sqrt{12^2-4\cdot2\cdot(-864)}}{2\cdot2}$$
$$V_1=18$$
$$V_2=-24$$

מהירות לא יכולה להיות שלילית לכן התשובה היא $V=18$. כך שמהירות רוכב א׳ היא 24=18+6 קמ״ש. ומהירות רוכב ב׳ היא 18 קמ״ש.

ב. בגלל שהרוכבים הגיעו בתשע לנקודות C וB והם נחים 10 דקות שעת ההתחלה היא 09:10. בנוסף נתון לנו שמהירותא׳ לא השתנתה לכן מהסעיף הקודם מהירותו 24 קמ״ש. ואילו רוכב ב׳ הגדיל את מהירותו ב3 קמ״ש, לכן מהירותו 21=18+3 קמ״ש. אנחנו מחפשים את זמן המפגש נסמן זמן בT אנחנו יודעים שהם נסעו אותו זמן כי שניהם התחילו ב09:10 עד שנפגשו.

נשים את הנתונים בטבלה.

	זמן	מהירות	דרך
א׳	T	24	24T
ב׳	T	21	21T

ניתן להשוות את בחיבור הדרכים של רוכב א׳ וב׳ ל30 ק״מ, כיוון שכל אחד עבר מהנקודה שלו לD חלק מהדרך שהשני לא עבר ויחד הם עברו 30 ק״מ סה״כ. נייצג זאת במשוואה עם T כדי למצוא אותו.

$$24T+21T=30$$
$$45T=30$$
$$T=\frac{2}{3}$$

מצאנו ש $T=\frac{2}{3}$ כיוון שזה מתוך שעה אז $60\cdot\frac{2}{3}=40$ כלומר 40 דקות.

וכיוון שהרוכבים יצאו ב09:10 זה אומר ששעת המפגש היא 09:50.

2)

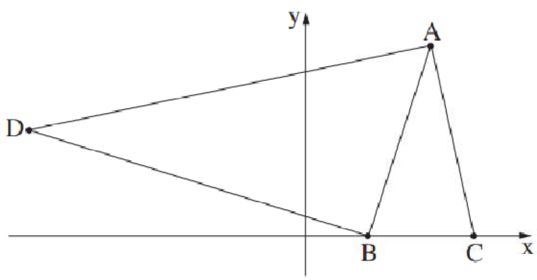
נתון משולש ABC .

הקודקודים B ו־ C מונחים על ציר ה־ x , כמתואר בציור שלפניך.

הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.

משוואת הצלע AC היא: $y = -4\frac{1}{2}x + 36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5 .



א. מצא את שיעורי הנקודות C ו־ B .

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A .

D היא נקודה ברביע השני כך ש־ DB מאונך ל־ AB .

ג. מצא את משוואת הישר BD .

נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה D הוא -12 .

ד. (1) הוכח כי $\sphericalangle DAC = 90^{\circ}$.

(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC .

פתרון:

א. דבר ראשון נוכל למצוא את C בקלות כיוון שהיא נמצאת על ציר הX כלומר שיעור הy שלה הוא 0. אנחנו יודעים גם שהיא נמצאת גם על הישר AC שניתנה לנו המשוואה שלו. נציב 0 ונקבל את שיעור הX של C.

$$0 = -4\frac{1}{2}x + 36$$
$$4\frac{1}{2}x = 36$$
$$x = 8$$
$$C(8,0)$$

כיוון שB גם נמצאת על ציר הX שיעור הy שלה הוא 0. בנוסף אנחנו יודעים שבין C לB יש מרחק של 5 יחידות וקיבלנו את שיעור הX של C לכן שיעור הX של B הוא

$$x_C - 5 = x_B$$
$$8 - 5 = x_B$$
$$3 = x_B$$
$$B(3,0)$$

ב. נתון לנו שהשטח של ABC הוא 22.5 בנוסף אנחנו יודעים שאורך BC=5. אם נביע את שטח המשולש ABC בעזרת BC וגובה שנוריד מA נוכל למצוא את הגובה שהוא שיעור הy של הנקודה A.

$$\frac{h \cdot BC}{2} = 22\frac{1}{2}$$
$$\frac{5h}{2} = 22\frac{1}{2}$$
$$5h = 45$$
$$h = 9 = y_A$$

עכשיו שקיבלנו את שיעור הy נוכל להציב אותו במשוואה של AC כדי למצוא את שיעור הX של A.

$$9 = -4\frac{1}{2}x + 36$$
$$4\frac{1}{2}x = 27$$
$$x = 6$$
$$A(6,9)$$

ג. ניתן לנו שDB וAB מאונכים לכן אם נמצא את שיפוע AB בערת הנקודות A וB שכבר מצאנו בסעיפים קודמים נוכל למצוא את שיפוע DB. נזכור ששיפוע של ישר מאונך לישר הוא הופכי ונגדי לו.

$$m_{AB}=\frac{9-0}{6-3}=3$$
$$m_{DB}=-\frac{1}{3}$$

נשתמש בנקודה B והשיפוע שמצאנו כדי למצוא את משוואת BD.

$$y-0=-\frac{1}{3}(x-3)$$
$$y=-\frac{1}{3}x+1$$

ד. (1) נוכל להוכיח שזווית DAC שווה 90 מעלות אם נראה שהישר AC מאונך לישר DA. כל מה שנצטרך זה להראות ששיפוע DA הופכי ונגדי לשיפוע AC.

חסר לנו שיעור הX של D ונוכל למצוא את שיפוע DA. נתון ששיעור הy=12- נציב במשוואת BD שמצאנו בסעיף הקודם ונמצא את שיעור הX.

$$y=-\frac{1}{3}(-12)+1$$
$$y=5$$
$$D(-12,5)$$

עכשיו נראה ששיפוע DA מאונך לAC

$$m_{DA}=\frac{9-5}{6-(-12)}=\frac{2}{9}$$
$$m_{AC}=-4\frac{1}{2}=-\frac{9}{2}$$

זווית DAC שווה 90 מעלות.

(2) כיוון שהוכחנו בסעיף הקודם שזווית DAC שווה 90 מעלות אם נחסום את משולש DAC במעגל DC יהיה קוטר המעגל כי זווית DAC היא זווית היקפית ששווה ל90 מעלות כלומר היא נשענת על הקוטר. נוכל למצוא את מרכז המעגל O בעזרת D וC ונוסחת אמצע קטע.

$$x_O = \frac{-12+8}{2} = -2$$
$$y_O = \frac{5+0}{2} = 2\frac{1}{2}$$

לכן מרכז המעגל החוסם הוא $(-2, 2\frac{1}{2})$

(3

בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.

20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.

70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.

25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.

א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?

ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.

(1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?

(2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול. מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?

ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק. את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.

מהי ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

פתרון:

נשתמש בטבלת הסתברות כדי לארגן את הנתונים.

נסתכל על מה שנתון לנו, 20 מתוך הכדורים הם כחולים כלומר $\frac{20}{80}=0.25$ כחולים. 60 מתוך

הכדורים הם צהובים כלומר, $\frac{60}{80}=0.75$ צהובים.

אנחנו לא יודעים כמה מהכדורים מזכוכית לכן נסמן בG את מספר הכדורים מזכוכית. כך מספר

הכדורים מפלסטיק הוא 80-G . כך שההסתברות לבחור כדור מזכוכית היא $\frac{G}{80}$

וההסתברות לבחור כדור מפלסטיק היא $\frac{80-G}{80}$

בנוסף נתון לנו ש0.7 מהצהובים הם מפלסטיק ו0.25 מהצהובים הם מזכוכית.

	פלסטיק	זכוכית	סה"כ
צהובים	0.7	$0.25\cdot\frac{G}{80}$	0.75
כחולים		$0.75\cdot\frac{G}{80}$	0.25
סה"כ	$\frac{80-G}{80}$	$\frac{G}{80}$	1

נשים לב שנוכל לחבר את כמות הכדורים מפלסטיק הצהובים עם כמות הכדורים מזכוכית

הצהובים ולהשוות לכמות סה"כ. דרך משוואה זו נמצא מה הוא G ונוכל לחדש את הטבלה שלנו

עם כל הנתונים.

$$0.75-0.7=0.25\cdot\frac{G}{80}$$

$$0.05=0.25\cdot\frac{G}{80}$$

$$\frac{G}{80}=0.2$$

	פלסטיק	זכוכית	סה"כ
צהובים	0.7	0.05	0.75
כחולים	0.1	0.15	0.25
א. ע סה"כ כ	0.8	0.2	1

שיו שיש לנו את הנתונים המלאים נמצא כמה כדורים מפלסטיק יש בשק. אנחנו יודעים

שסה"כ בשק 0.8 מהכדורים הם מפלסטיק כך שיש $0.8\cdot 80=64$ מפלסטיק

ב. (1) לפי הטבלה אנחנו רואים שההסתברות לכדור כחול מזכוכית הוא 0.15

(2) כיוון שידוע שהכדור כחול מדובר על הסתברות מותנית. ידוע לנו מהטבלה שההסתברות

להוציא כדור כחול היא 0.25 . נחשב את ההסתברות המותנית

P(כחול מזכוכית/כחול)= $\frac{0.15}{0.25}=\frac{3}{5}$

ג. נשתמש בנוסחת ברנולי כדי למצוא שבדיוק 3 מהכדורים שהוציאו הם צהובים.

מספר הניסיונות שלנו הוא 4 ומספר ההצלחות הוא 3. נחשב עכשיו בעזרת הנוסחה

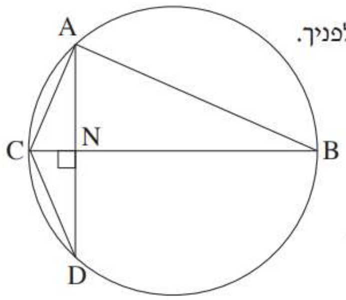
$$\binom{4}{3}\cdot 0.75^3\cdot 0.25=\frac{27}{64}=0.4218$$

4)

המשולש ABC חסום במעגל כך ש־ BC הוא קוטר במעגל.

מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC .

האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל בנקודה D , כמתואר בציור שלפניך.



א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta NDC$.

ב. הוכח: ΔACD הוא משולש שווה שוקיים.

ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.

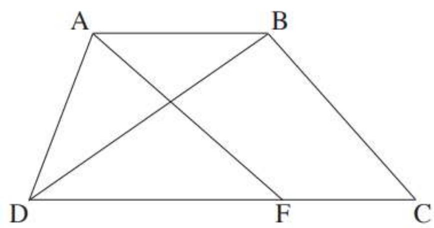
ד. נתון כי $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל־ 5 . חשב את אורך הקטע NC .

פתרון:

	טענה	נימוק
1	ΔABC חסום במעגל וBC קוטר	נתון
2	$BC \perp AD$	נתון
3	$\angle ABC = \angle CDA$	זוויות היקפיות במעגל שנשענות על אותה קשת שוות 1,2ו
4	$\angle BAC = 90°$	זווית היקפית שנשענת על הקוטר שווה ל90 מעלות
5	$\angle DNC = 90°$	הישרים מאונכים ו2
6	$\Delta ABC \sim \Delta NDC$ **מש"ל א'**	משפט דימיון ז.ז ו3,4,5
7	$\angle NCA = \angle NCD$	זוויות מתאימות במשולשים דומים ו6
8	ΔACD שווה שוקיים **מש"ל ב'**	משולש בו הגובה וחוצה זווית הראש מתלכדים הוא משולש שווה שוקיים ו2,7
10	$\Delta ABC \sim \Delta CAN$	משפט דימיון ז.ז ו2,4
11	$\frac{AC}{NC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AC^2 = NC \cdot BC$	יחס צלעות מתאימות במשולשים דומים ו9

	מש"ל ג'	
12	4=DC	נתון
13	r=5	נתון
14	BC=2r=10	1 ו12
15	DC=AC=5	שוקיים שוות במשולש שווה שוקיים ו8,11
16	$AC^2 = NC \cdot BC$ $4^2 = NC \cdot 10$ $NC = 1.6$ **מש"ל ד'**	חישוב ו10,11,13,14

5)



בטרפז $ABCD$ $(AB \parallel DC)$ שבציור שלפניך נתון:

$BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$.

א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.

נתון: $AB = AD$.

ב. מצא את אורך הצלע AD .

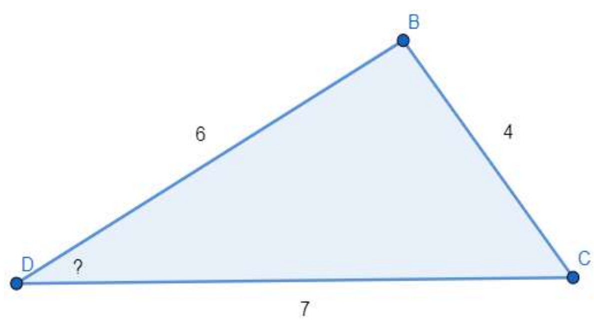
הנקודה F נמצאת על הצלע DC.

נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8 .

ג. **(1)** מצא את אורך הצלע DF .

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF .

פתרון:



א.

נשתמש במשפט הקוסינוס כדי למצור את זווית BDC.

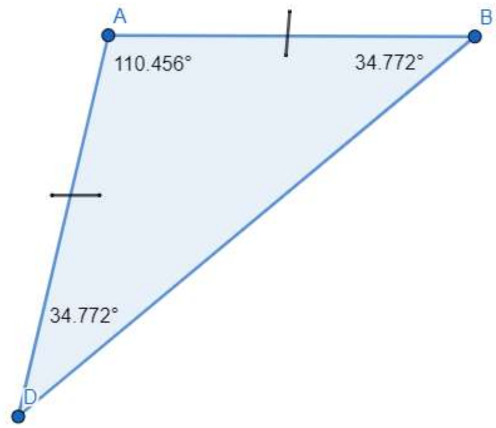
$$4^2 = 6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \cos(?)$$
$$-69 = -84\cos(?)$$
$$\cos(?) = \frac{23}{28}$$
$$? = 34.772°$$

ב. נתון לנו שהישרים DC וAB מקבילים לכן הזוויות BDC וABD שהן הזוויות המתחלפות שלהם שוות . מצאנו כבר בסעיף הקודם כמה שווה BDC לכן ABD שווה 34.772 מעלות גם כן.

נתון נוסף שהוסיפו לנו זה שAD=AB כך שמשולש ABD הוא משולש שווה שוקיים וזוויות הבסיס ABD וADB שוות. זאת אומרת שהן שוות 34.772 מעלות .

כיוון שסכום הזוויות במשולש הוא 180 מעלות ומצאנו את זוויות הבסיס זווית הראש שווה

$$110.456 = 180 - (2 \cdot 34.772)$$

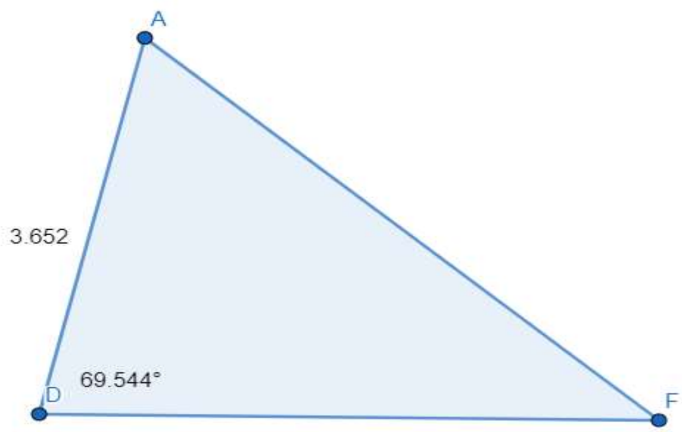


עכשיו נוכל למצוא את AD בעזרת משפט הסינוס על משולש ADB.

$$\frac{AD}{\sin(34.772°)} = \frac{6}{\sin(110.456°)}$$
$$AD = 3.652$$

ג. (1) נתון ששטח המשולש ADF שווה 8 בנוסף מהסעיפים הקודמים אנחנו יודעים שזווית ADB

וBDC שוות ושוות ל34.772. לכן הזווית ADF שווה $\angle ADB + \angle BDC$
$$69.544 = 34.772 \cdot 2$$

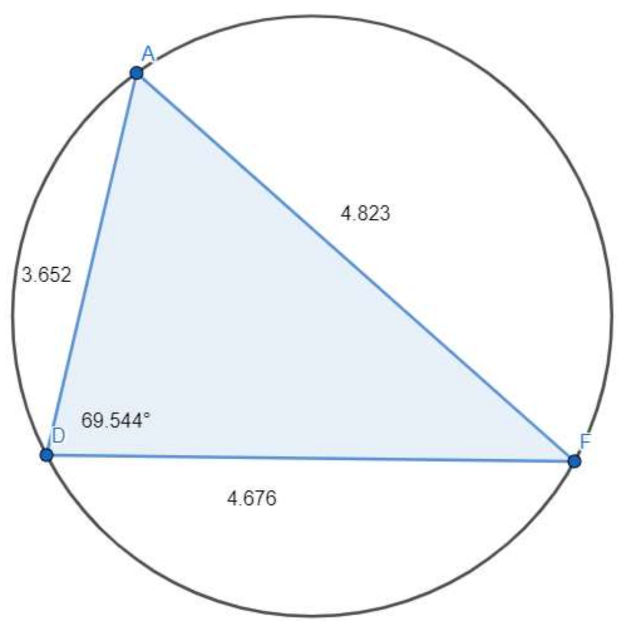


כמו כן מצאנו שAD=3.652.

נוכל למצוא את DF בעזרת הנתונים אללו בהצבה בנוסחה.

$$S_{\triangle ADF} = \frac{3.652 \cdot DF \cdot \sin(69.544°)}{2} = 8$$
$$1.711DF = 8$$
$$DF = 4.676$$

(2)



אם נמצא את AF נוכל למצוא את רדיוס המעגל החוסם בעזרת משפט הסינוס של משולש חסום

במעגל.

כיוון שמצאנו את AD וDF וכן הזווית ADF נוכל למצוא את AF בעזרת משפט הקוסינוס.

$$AF^2 = 3.652^2 + 4.676^2 - 2\cdot 3.652\cdot 4.676\cdot \cos(69.544°)$$
$$AF^2 = 23.266$$
$$AF = 4.823$$

עכשיו נוכל למצוא את רדיוס המעגל עם משפט הסינוס.

$$\frac{4.823}{\sin(69.544°)} = 2r$$
$$2r = 5.148$$
$$r = 2.574$$

6)

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. **(1)** סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.

(2) הסתמך על הסרטוט בתת־סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה־ x ועל ידי הישר $x = -2$.

פתרון:

א. (1) כדי למצוא את תחום ההגדרה נצטרך לבדוק מתי המכנה לא שווה לאפס.

$$x^2 + 2x - 3 \neq 0$$
$$\frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\cdot(-3)}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = -3,1$$

(2) האסימפטוטה האנכית היא לפי תחום ההגדרה שמצאנו . לכן האסימפטוטות האנכיות הן

.1=X ,-3=X

את האסימפטוטה האופקית נקבל בעזרת חילוק האיבר עם החזקה הגבוהה ביותר במונה חלקי

האיבר בעל בחזקה הגבוהה ביותר במכנה. כיוון שהם שווים נקבל שהאסימפטוטה האופקית היא

.y=1

ב. כדי למצוא את נקודות הקיצון וסוגן נגזור את הפונקציה ונשווה לאפס.

$$f'(x)=\frac{2x(x^2+2x-3)-x^2(2x+2)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3+4x^2-6x-2x^3-2x^2}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2-6x}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$2x^2-6x=0$$

$$x(2x-6)=0$$

$$x_1=0$$

$$x_2=3$$

נציב את שיעורי הx שקיבלנו ונמצא את שיעורי הy של הנקודות שמצאנו.

$$y_0=\frac{0^2}{0^2+2\cdot 0-3}=0\Rightarrow(0,0)$$

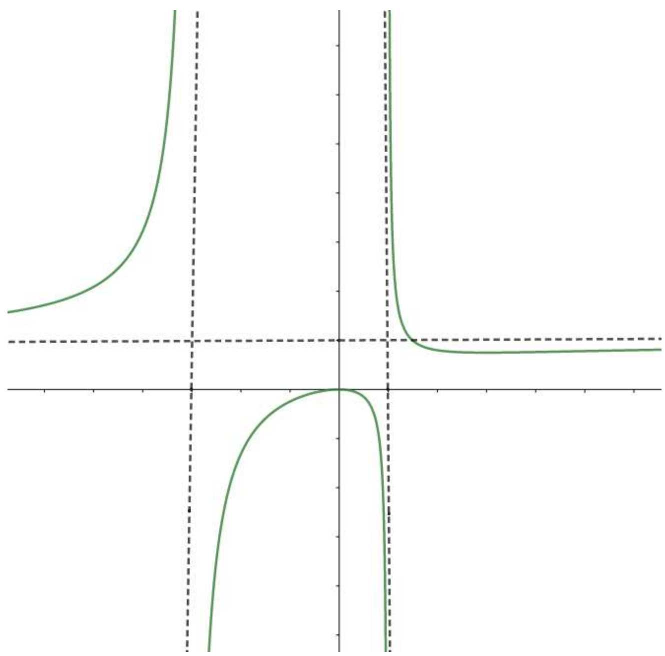
$$y_3=\frac{3^2}{3^2+2\cdot 3-3}=\frac{3}{4}\Rightarrow(3,\frac{3}{4})$$

נשתמש בטבלת קיצון כדי לקבוע את סוגי הקיצון של הנקודות.

x	-5	-3	-2	0	0.5	1	2	3	5
f'(x)	+		+	0	-		-	0	+
f(x)	↗		↗		↘		↘		↗

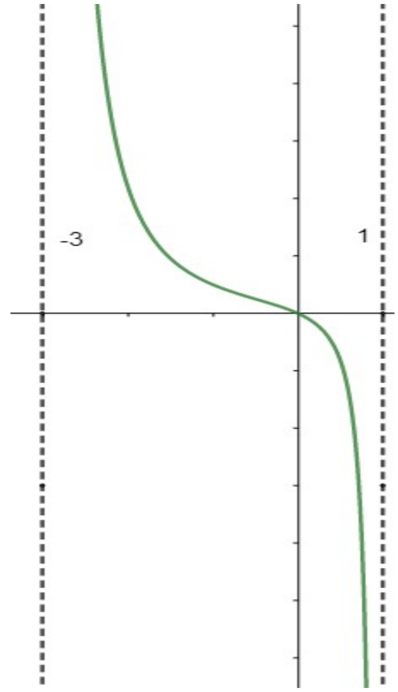
נקודות הקיצון הן: $(0,0)$ מקסימום, $(3,\frac{3}{4})$ מינימום.

ג. נשרטט:



ד. (1) לפי הטבלה ראינו שגרף הנגזרת חיובי בתחום $-3<x<0$. וגרף הנגזרת יהיה שלילי בתחום $0<x<1$.

עכשיו נוכל לשרטט, נזכור שנקודות הקיצון בנגזרת הם שיעורי החיתוך עם ציר הx של הנגזרת.



(2) על פי השרטוט אנחנו מחשבים את השטח בין x=0 ל x=-2 לפי הנתון שהוסיפו.נזכור שאינטגרל על נגזרת נותן לנו פשוט את משוואת הפונקציה. עכשיו נוכל לחשב את השטח המוגבל בעזרת אינטגרל.

$$S=\int_{-2}^{0} f'(x)dx=\left[f(x)\right]=f(0)-f(-2)=0-(\frac{(-2)^2}{(-2)^2+2\cdot(-2)-3})=0-(-\frac{4}{3})=\frac{4}{3}$$

7)

לפניך סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)=(x-3)^4-16$, המוגדרת לכל x .

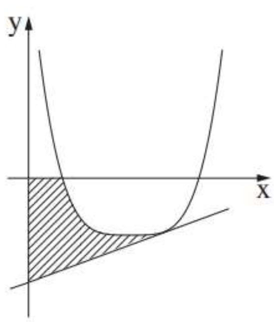
א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

ג. **(1)** מצא את משוואת המשיק.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה־ x ועל ידי ציר ה־ y (השטח המסומן בסרטוט).



פתרון:

א. כדי למצוא את שיעורי הקיצון וסוגן נגזור את הפונקציה ונשווה לאפס.

$$f'(x)=4(x-3)^3$$
$$0=4(x-3)^3$$
$$x=3$$

נמצא את שיעור הy של הנקודה שמצאנו.

$$y=(3-3)^4-16=-16$$
$$(3,-16)$$

נוכל לראות לפי השרטוט שנקודת הקיצון היא מינימום לכן (3,-16) מינימום.

ב. כדי למצוא את נקודות החיתוך עם ציר הx נשווה את הפונקציה לאפס ונקבל את שיעור הx.

$$(x-3)^4-16=0$$
$$(x-3)^4=16$$

$$x_1-3=2$$
$$x_1=5$$
$$(5,0)$$
$$x_2-3=-2$$
$$x_2=1$$
$$(1,0)$$

ג. (1) כדי למצוא את המשוואה של המשיק נמצא קודם את הנקודת השקה. נתון לנו שיעור הx של הנקודה נוכל להציב במשוואת הפונקציה ולמצוא את שיעור הy.

$$y=(4-3)^4-16=-15$$
$$(4,-15)$$

בנוסף כבר גזרנו את הפונקציה לכן רק צריך להציב את שיעור הx שנתון לנו ונמצא את השיפוע בנקודת ההשקה, שזה גם השיפוע של המשיק .

$$m=f'(4)=4(4-3)^3=4$$

עכשיו שיש לנו שיפוע ונקודה נוכל להציב ולמצוא את משוואת המשיק.

$$y-(-15)=4(x-4)$$
$$y+15=4x-16$$
$$y=4x-31$$

(2) יהיה לנו קל לחשב את השטח המוגבל אם נחשב אותו כחיבור של שני שטחים. השטח הראשון שנחשב הוא מ0 ל1 והוא בין ציר הx למשיק. השטח השני הוא מ1 ל4 והוא בין הפונקציה למשיק. נשתמש באינטגרל כדי לחשב את שניהם, לאחר מכן נחבר את השטחים שמצאנו.

$$S_1 = \int_0^1 (0-(4x-31))dx = \left[-4\frac{x^2}{2}+31x\right] = (-2+31)-0 = 29$$

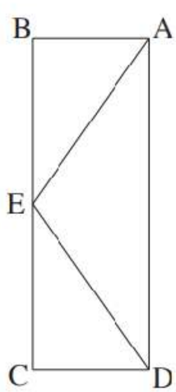
$$S_2 = \int_1^4 ((x-3)^4 - 16 - (4x-31))dx = \left[\frac{(x-3)^5}{5} - \frac{4x^2}{2} + 15x\right] =$$

$$\left(\frac{(4-3)^5}{5} - \frac{4\cdot 4^2}{2} + 15\cdot 4\right) - \left(\frac{(1-3)^5}{5} - \frac{4\cdot 1^2}{2} + 15\cdot 1\right) = \left(\frac{1}{5} - 32 + 60\right) - \left(-\frac{32}{5} - 2 + 15\right) = 21\frac{3}{5}$$

לכן השטח המוגבל כולו הוא

$$S_{1+2} = 29 + 21\frac{3}{5} = 50\frac{3}{5}$$

8)



במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20.
בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור).
נסמן ב־x את אורך הקטע BE.

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

ב. חשב את שטח המשולש AED.

פתרון:

א.(1) על פי הנתון x=EC=BE בנוסף אנחנו יודעים שסכום צלעות סמוכות שווה ל20 לכן 20-2x=BA .

נשתמש בפיתגורס כדי למצוא את AE

$$AE^2 = BA^2 + BE^2$$
$$AE^2 = (20-2x)^2 + x^2 = 400 - 80x + 4x^2 + x^2$$
$$AE^2 = 5x^2 - 80x + 400$$
$$AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}$$

(2) כדי למצוא מתי AE אורכו מינימלי נגזור את המשוואה שקיבלנו בסעיף הקודם ונשווה לאפס, בנוסף

בטבלה נבדוק שהנקודה שקיבלנו היא מינימום.

$$f(x) = AE = \sqrt{5x^2 - 80x + 400}$$
$$f'(x) = \frac{10x - 80}{2\sqrt{5x^2 - 80x + 400}} = \frac{5x - 40}{\sqrt{5x^2 - 80x + 400}}$$
$$0 = 5x - 40$$
$$5x = 40$$
$$x = 8$$

כעת נציב את הנקודה שקיבלנו בטבלת קיצון ונבדוק שהיא מינימלית.

נזכור שלפי נתוני השאלה נוכל לקבל נקודת שהיא בין 0 ל10 בלבד.

מצאנו עבור איזה ערך AE מינימלי. נוכל עכשיו להציב את הערך במשוואות של הצלעות ונקבל את הערך

המספרי שלהן.

4=20-2x=AB

16=2x=BC

ב.נחשב את שטח המשולש בעזרת הצלעות שקיבלנו בסעיף הקודם:

$$S_{\triangle AED} = \frac{AD \cdot AB}{2} = \frac{16 \cdot 4}{2} = 32$$

x	1	8	9
f'(x)	-	0	+
f(x)			