פתרון בגרות מועד קיץ 2019 שאלון 35481 (804)

(1

המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 120 ק"מ.

מכונית נסעה בבוקר מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.

בערב חזרה המכונית מעיר ב' לעיר א' באותה הדרך. המכונית נסעה במשך שעה באותה המהירות שבה נסעה בבוקר. היא עצרה בצד הדרך למשך 2 דקות, ולאחר מכן המשיכה בנסיעתה עד עיר א' במהירות הגבוהה ב־ 10 קמ"ש ממהירות נסיעתה בבוקר.

זמן הנסיעה של המכונית בערב (כולל משך זמן העצירה) היה שווה לזמן הנסיעה שלה בבוקר.

א. מצא את מהירות המכונית בבוקר.

ב. השעה שבה יצאה המכונית מעיר ב' בדרכה חזרה לעיר א' הייתה שמונה בערב.
מה היה המרחק שלה מעיר א' בשעה תשע ו־ 8 דקות בערב?

פתרון:

כדי לעבוד בצורה אפקטיבית עם בעיות תנועה נשתמש בטבלה כדי שנוכל לראות את הסיפור

ולפתור בקלות.

נציב את כל הנתון לנו, בנוסף נסמן את המהירות בוקר בv. לפי המהירות בוקר והנתון נשלים את

החסר לנו.נזכור שאנחנו צריכים לעבוד עם זמנים זהים . לכן נמיר את ה2 דקות ל $\frac{2}{60}=\frac{1}{30}$.

לבסוף נזכור שדרך שווה למהירות כפול זמן.

	מהירות	זמן	דרך
בוקר מא' לב'	v	$\frac{120}{v}$	120
ערב שעה ראשונה	v	1	V
עצירה	0	$\frac{1}{30}$	0
ערב מעצירה עד ב'	v+10	$\frac{120-v}{v+10}$	120-v

א. לכן המהירות בבוקר שווה ל90 קמ״ש.

ב. נסתכל על המהירות שמצאנו בסעיף א׳, והנתון הנוסף שנתנו. נחבר לסיפור הנסיעה שלהמכונית בערב ונוכל למצוא את המרחק שלה מעיר א׳, לאחר שעה ו8 דקות.

עד תשע היא נסעה במהירות 90. שתי דקות היא עצרה כלומר לא נסעה לכן המהירות אפס.

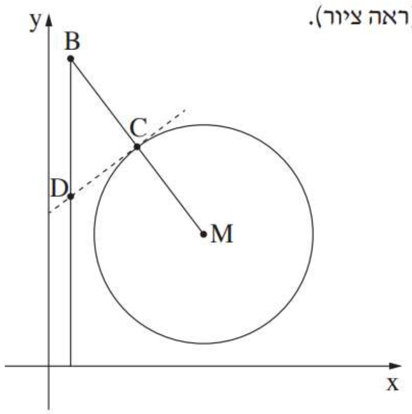
נשאר רק עוד 6 דקות עד תשע ושמונה דקות, בשש הדקות האלו היא נסעה במהירות 100 קמ״ש.

נשים את כל מה שאספנו במשוואה ונמצא את הפתרון לדרך שהמכונית עברה.

$$1\cdot 90+\frac{6}{60}\cdot 100=100$$

מצאנו שהמכונית נסעה עד תשע ושמונה דקות 100 ק״מ. ובגלל שכל הדרך מעיר ב׳ לא׳ היא 120 ק״מ, המרחק של המכונית מעיר א׳ הוא 20 ק״מ.

(2



נתון מעגל שמרכזו $M\,(7,6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

נתון: $B(1\ ,\ 14)$,

$MC = CB$.

א. מצא את משוואת המעגל.

העבירו משיק למעגל בנקודה C .

ב. מצא את משוואת המשיק.

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה־ x . המשיק והאנך נחתכים בנקודה D .

ג. חשב את שטח המשולש BCD .

הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה־ x .

נתון: $ME \parallel CD$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה E .

ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME .

פתרון:

א. כדי למצוא את משוואת המעגל אנחנו צריכים את הנקודה המרכזית שהיא M ואורך הרדיוס.

כיוון שיש לנו כבר את ערכי M נשאר רק למצוא את הרדיוס. חוץ מM יש לנו גם את B וידוע לנו

שהנקודה C היא אמצע הקטע, לכן אם נמצא את C נוכל לחשב את אורך MC שזה הרדיוס.

נשתמש בנוסחת אמצע קטע.

$$x_c = \frac{x_m + x_B}{2} = 4$$
$$y_c = \frac{y_m + y_B}{2} = 10$$

נציב את ערכי C שקיבלנו במשוואת המעגל ונקבל את אורך הרדיוס.

$$(4-7)^2 + (10-6)^2 = r^2$$
$$r^2 = 25$$

לכן משוואת המעגל היא, $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 25$

ב.בשביל למצוא את משוואת המשיק אנחנו צריכים שיפוע ונקודה. מצאנו בסעיף הקודם את הנקודה C.

בנוסף השיפוע של המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה, לכן השיפוע שלו יהיה הופכי ונגדי לשיפוע הרדיוס.

שיפוע הרדיוס הוא $\frac{14-6}{1-7}=-\frac{4}{3}$

ולכן שיפוע המשיק הוא $\frac{3}{4}$

עכשיו ניתן למצוא את משוואת המשיק,

$$y-10=\frac{3}{4}(x-4)$$
$$y=\frac{3}{4}x+7$$

ג. כדי לחשב את שטח המשולש אנחנו צריכים קודם למצוא את שיעורי D, כדי לחשב את אורך CD. הנקודה D היא חיתוך עם הישר x=1 כיוון שהיא נמצאת על ישר היוצא מהנקודה B במאונך לציר הy. לכן שיעורי הx של D הוא 1, נציב זאת במשוואת המשיק ונמצא את שיעור הy.

$$y=\frac{3}{4}\cdot 1+7=\frac{31}{4}$$
$$D(1,\frac{31}{4})$$

עכשיו נוכל לחשב את שטח BCD בעזרת אורכי הצלעות BD כפול הגובה מBD חלקי 2.

$$\frac{(y_B-y_D)(x_c-x_B)}{2}=\frac{(14-\frac{31}{4})(4-1)}{2}=\frac{75}{8}$$

ד. נתון לנו שME מקביל לCD לכן השיפוע שלהם שווה. בנוסף יש לנו את הנקודה M ולכן נוכל למצוא את משוואת הישר ME.

$$y-6=\frac{3}{4}(x-7)$$
$$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$$

נציב במשוואה x שווה 1 כיוון שאנחנו יודעים שE נמצאת על הישר x=1, כך נמצא את שיעור הy.

$$y=\frac{3}{4}\cdot 1+\frac{3}{4}$$
$$y=\frac{3}{2}$$
$$E(1,\frac{3}{2})$$

ה. אנחנו יודעים שCD מאונך לMB ושME מקביל לCD לכן ME מאונך לMB. המשולש EMB ישר זווית, אנחנו יודעים שהקטע היחיד עליו נשענת זווית 90 מעלות הוא הקוטר. לכן אם נראה שD היא אמצע היתר EB נקבל שהיא מרכז המעגל החוסם את משולש EMB.

$$\frac{y_B+y_E}{2}=\frac{14+\frac{3}{2}}{2}=\frac{31}{4}=y_D$$

D היא מרכז המעגל החוסם את משולש EMB.

3)

במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד: לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו.

ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8 .

אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6 .

ב. **(1)** מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?

(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים. מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

ג. **(1)** מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?

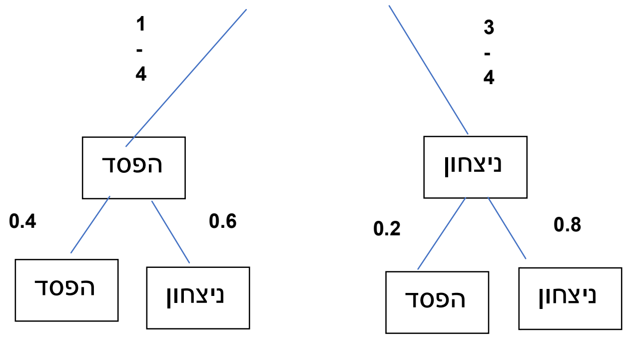
(2) 4 משתתפים משחקים במשחק. מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

פתרון:

א. נזכור שלכל הסתברות יש הסתברות שמשלימה אותה ל1. לכן נוכל לסמן את ההסתברות לנצח בסיבוב הראשון בp לכן הפסדה בסיבוב הראשון תהיה 1-p. בנוסף נתון לנו שההסתברות לנצח גדולה פי 3 מהפסד נסמן זאת במשוואה ונמצא את p.

$$p=3(1-p)$$
$$p=3-3p$$
$$4p=3$$
$$p=\frac{3}{4}$$

ב. נכניס את הנתונים שקיבלנו מסעיף א' והנתונים החדשים על הסבב השני לדיאגרמת עץ כדי שנראה יותר טוב את הסיפור.



(1) $P(\text{זכייה בדיוק בסיבוב אחד}) = \frac{1}{4}\cdot 0.6 + \frac{3}{4}\cdot 0.2 = \frac{3}{10}$

(2) נשים לב שידוע לנו כבר שהמשתתף זכה בסיבוב **אחד** בדיוק, לכן ההסתברות היא מותנית.

$$P(\text{זכה בסיבוב הראשון/זכה בסיבוב אחד בדיוק}) = \frac{\frac{3}{4}\cdot 0.2}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{2}$$

ג. (1) בשביל לנצח במשחק צריך לנצח בשני הסבבים.

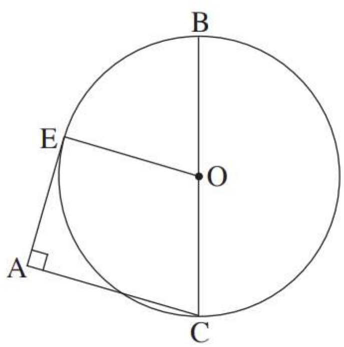
$$P(\text{לנצח בהכל}) = \frac{3}{4}\cdot 0.8 = \frac{3}{5}$$

(2)מהסעיף הקודם מצאנו מה ההסתברות לנצח במשחק כולו, לכן ההסתברות ש4 משתתפים יזכו בהכל

היא : שהראשון ינצח "ו" השני....

$$(\frac{3}{5})^4 = \frac{81}{625}$$

4)



נתון מעגל שמרכזו O .

BC הוא קוטר במעגל. מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו שני ישרים:

האחד משיק למעגל בנקודה E והאחר חותך את המעגל בנקודה C ,

כמתואר בציור שלפניך.

נתון כי $\angle EAC = 90^\circ$.

א. הוכח: $EO \parallel AC$.

ב. הוכח: $\angle OCE = \angle ACE$.

ג. הוכח: $\Delta EBC \sim \Delta AEC$.

נתון: $BC \cdot AC = 64$.

ד. **(1)** חשב את EC .

(2) נתון: $EB = 6$.

חשב את EO .

פתרון:

	טענה	נימוק
1	מרכז המעגל הוא O	נתון
2	קוטר המעגל הוא BC	נתון
3	המשיק למעגל בנקודה E הוא AE	נתון
4	C נקודת חיתוך של AC עם המעגל	נתון
5	$\angle CAE = 90^\circ$	נתון
6	$\angle OEA = 90^\circ$	משיק לרדיוס בנקודת ההשקה הזווית בין המשיק לרדיוס שווה 90 מעלות. ושורות 1,3
7	$OE \parallel AC$ **מש"ל א'**	2 ישרים חתוכים ע"י ישר שלישי ויש להם זוויות חד צדדיות משלימות ל180 מעלות, הם מקבילים. ושורות 5,6

8	OC=OE	רדיוסים במעגל שווים ושורות 1,2,3
9	$\angle CEO = \angle ECO$	מול צלעות שוות יש זוויות שוות במשולשושורה 8
10	$\angle CEO = \angle ECA$	זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות . ושורה 1
11	$\angle ECA = \angle ECO$ **מש"ל ב'**	כלל המעבר ושורות 9,10
12	$\angle BEC = 90°$	זווית היקפית הנשענת על הקוטר היא 90 מעלות ושורה .2
13	$\triangle EBC \sim \triangle AEC$ **מש"ל ג'**	משפט דימיון ז.ז ושורות 5,11,12
14	$AC \cdot CB = 64$ 64	נתון
15	$\frac{CB}{EC} = \frac{EC}{AC}$ $EC^2 = 64$ $EC = 8$ **מש"ל ד'**	יחס דימיון צלעות בין משולשים דומים ושורות 13,14,15
16	6=BE	נתון
17	$BE^2 + EC^2 = CB^2$ $6^2 + 8^2 = CB^2$ $CB = 10$	משפט פיתגורס ושורות 12,15,16
18	5=0.5BC=EO	במשולש ישר זווית תיכון ליתר שווה מחצית היתר ושורות 1,2,12,17

(5

במעגל שהרדיוס שלו הוא 10 , חסום משולש שווה שוקיים ABC $(AB = BC)$, כמתואר בציור שלפניך.

נתון כי $\sphericalangle ABC = 130^{o}$.

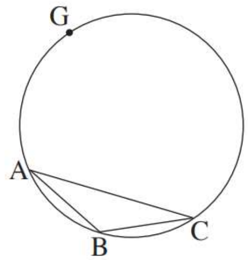
א. חשב את אורך הצלע AC .

ב. חשב את שטח המשולש ABC .

G היא נקודה על המעגל כך ש־ GC הוא קוטר במעגל.

הישר GB חותך את הצלע AC בנקודה E .

ג. חשב את אורך הקטע EB .



פתרון :

א. נתון לנו שמשולש ABC הוא שווה שוקיים ונתון להו שהזווית ראש שווה ל130 מעלות.בנוסף אנחנו יודעים שהרדיוס של המעגל שחוסם את ABC הוא 10 . אם נשתמש במשפט הסינוס על ABC שחסום במעגל נוכל למצוא את AC.

$$\frac{AC}{\sin 130^\circ} = 20$$
$$AC = 15.321$$

ב.נוכל לחשב את שטח ABC בעזרת זוויות המשולש. נזכור ש ABCהוא שווה שוקיים וזווית הראש כבר נתונה לנו, היא 130 מעלות. לכן זווית BAC ששווה לזווית BCA היא 25 מעלות.נציב במשפט את מה שמצאנו ונמצא את שטח ABC.

$$\frac{(15.321)^2 \cdot \sin 25^\circ \cdot \sin 25^\circ}{2\sin 130^\circ} = 27.364$$

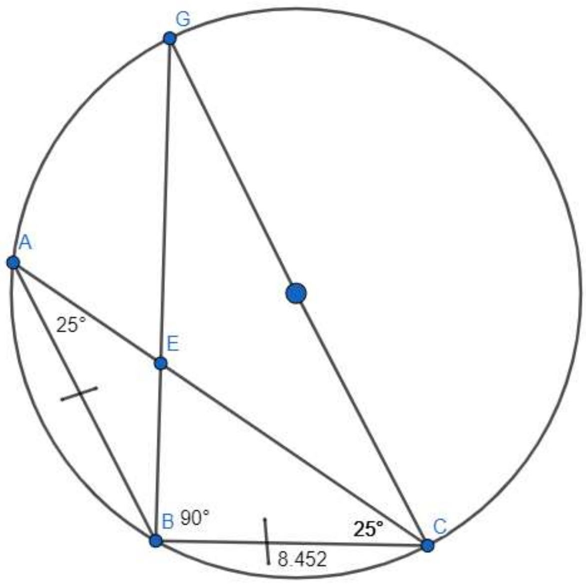
ג.נוכל למצוא את EB אם יהיה לנו כמה שווה CB. ניתן לחשב את CB בעזרת משפט הסינוס.

$$\frac{CB}{\sin 25^\circ}=\frac{15.321}{\sin 130^\circ}$$

8.452=CB

נשים את מה שמצאנו עד כה בשרטוט חדש כולל הנתונים החדשים. בנוסף נשים לב שזווית היקפית

שנשענת על הקוטר שווה ל90 מעלות לכן CBG שווה 90 מעלות.



ניתן לראות שאפשר לחשב את EB בעזרת טאנגנס.

$$\tan 25^\circ=\frac{EB}{8.452}$$
$$EB=3.941$$

6)

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3x^2}{x^2+x-2}$.

א. **(1)** מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$? אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.

ד. נתון: לפונקציה $g(x)=f(x)+c$ (c הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית $y=5$. מצא את c . נמק.

פתרון :

א.(1)תחום ההגדרה הוא כשהמכנה לא שווה לאפס.

$$x^2+x-2\neq 0$$
$$x_{1,2}\neq\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\cdot 1\cdot(-2)}}{2\cdot 1}$$
$$x\neq 1,-2$$

(2)האסימפטוטות האנכיות הן לפי תחום ההגדרה לכן הן x=-2,1 הן האסימפטוטות האנכיות.

האופקיות הן לקיחה של שני האיברים בעלי החזקה הכי גבוהה במונה ומכנה וחלוקה שלהם. התוצאה היא האסימפטוטה האופקית.

לכן האסימפטוטה האופקית היא y=3

(3)חיתוך ציר x זה קורה כאשר y=0, חיתוך ציר y זה ההפך.

$$0=\frac{3x^2}{x^2+x-2}$$
$$0=3x^2$$
$$0=x\Rightarrow(0,0)$$

$$\frac{3\cdot 0^2}{0^2+0-2}=0\Rightarrow(0,0)$$

לכן נקודת החיתוך היא (0,0)

(4)נמצא את הקיצון ע״י גזירת הפונקציה והשוואה לאפס.

$$f'(x)=\frac{6x(x^2+x-2)-3x^2(2x+1)}{(x^2+x-2)^2}$$
$$f'(x)=\frac{6x^3+6x^2-12x-6x^3-3x^2}{(x^2+x-2)^2}$$
$$f'(x)=\frac{3x^2-12x}{(x^2+x-2)^2}$$

$$0=\frac{3x^2-12x}{(x^2+x-2)^2}$$
$$0=3x^2-12x$$
$$0=3x(x-4)$$

$$3x=0$$
$$x=0$$

$$x-4=0$$
$$x=4$$

נמצא את שיעורי הy בהצבה בפונקציה את הx שקיבלנו.

$$f(0)=\frac{3\cdot 0^2}{0^2+0-2}=0\Rightarrow(0,0)$$

$$f(4)=\frac{3\cdot 4^2}{4^2+4-2}=\frac{8}{3}\Rightarrow(4,\frac{8}{3})$$

נשתמש בטבלה כדי לקבוע את סוג הקיצון.

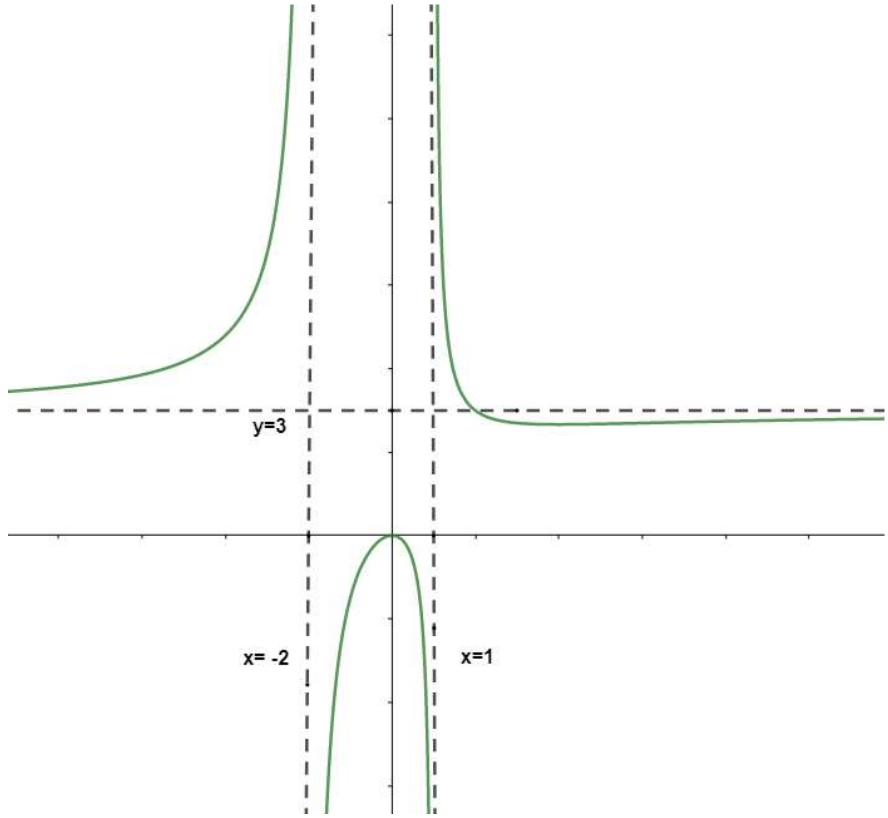
X	(-4)	-2	(-1)	0	(0.5)	1	(3)	4	(6)
f'(x)	+		+	0	-		-	0	+
f(x)	↗		↗	0	↘		↘	8/3	↗

לכן נקודות הקיצון הן (0,0) מקסימום ו $(4,\frac{8}{3})$ מינימום.

(5) בעקבות הטבלה ניתן לראות שתחום העליה הוא ב $x<-2,\ -2<x<0,\ x>4$.

תחום הירידה הוא $0<x<1,\ 1<x<4$

ב. נשרטט:



ג. לפי השרטוט אנחנו רואים שהפונקציה חותכת את האסימפטוטה האופקית. לכן נוכל להציב את שיעור הy של הנקודת חיתוך במשוואת הפונקציה, שזה 3 ונמצא את שיעור הx.

$$3=\frac{3x^2}{x^2+x-2}$$
$$3(x^2+x-2)=3x^2$$
$$x^2+x-2=x^2$$
$$x=2$$

לכן הנקודה היא (2,3)

ד.הנתון שלפונקציה החדשה יש אסיפטוטה אופקית ב$y=5$. כמו כן אנחנו יודעים שהוספת מספר C יכולה לעלות או להוריד את הפונקציה המקורית C יחידות למעלה או למטה בהתאמה.

בגלל שלפונקציה המקורית יש אסימפטוטה אופקית ב $y=3$. כדי שהאסימפטוטה תהיה $y=5$, נצטרך לעלות את הפונקציה 2 יחידות למעלה. כלומר C צריך להיות 2.

7)

נתונה הפונקציה $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+9x+a$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a), וקבע את סוגן.

ג. מצא את הערך של a שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה־ x. נמק.

הצב $a=18$ במשוואת הפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ד-ו.

ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. **(1)** חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה־ x וציר ה־ y.

(2) A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה־ y, ו־ B היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.
הראה שגרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את המשולש ABO לשני שטחים שהיחס ביניהם הוא $1:3$
(O — ראשית הצירים).

פתרון:

א. נמצא את שיעור נקודת החיתוך עם ציר הy ע"י הצבת x=0 במשוואת הפונקציה.

$$f(0)=-\frac{1}{3}\cdot 0^3+9\cdot 0+a=a$$

לכן הנקודת חיתוך היא (0,a)

ב. נגזור את הפונקציה ואז נשווה אותה לאפס כדי למצוא את נקודות הקיצון.

$$f'(x)=-\frac{1}{3}\cdot 3x^2+9$$
$$f'(x)=-x^2+9$$

$$0=-x^2+9$$
$$x=3,-3$$

נמצא את שיעור y של נקודות הקיצון.

$$f(-3)=-\frac{1}{3}\cdot(-3)^3+9\cdot(-3)+a=a-18\Rightarrow(-3,a-18)$$
$$f(3)=-\frac{1}{3}\cdot(3)^3+9\cdot(3)+a=18+a\Rightarrow(3,18+a)$$

נכניס את הנתונים לטבלה כדי לדעת את סוגי הקיצון של כל אחד מנקודות הקיצון.

x	(-5)	-3	(0)	3	(5)
f'(x)	-	0	+	0	-
f(x)	↘	a-18	↗	18+a	↘

לכן נקודות הקיצון הן (-3,-18+a) מינימום ו(3,18+a) מקסימום.

ג. כדי שהנקודות מינימום תהיה על ציר x שיעור הy שלה צריך להיות שווה לאפס.נבדוק עבור איזה ערך

של a זה מתקיים.

a-18=0

a=18

לכן כש a=18 נקודת המינימום על ציר x.

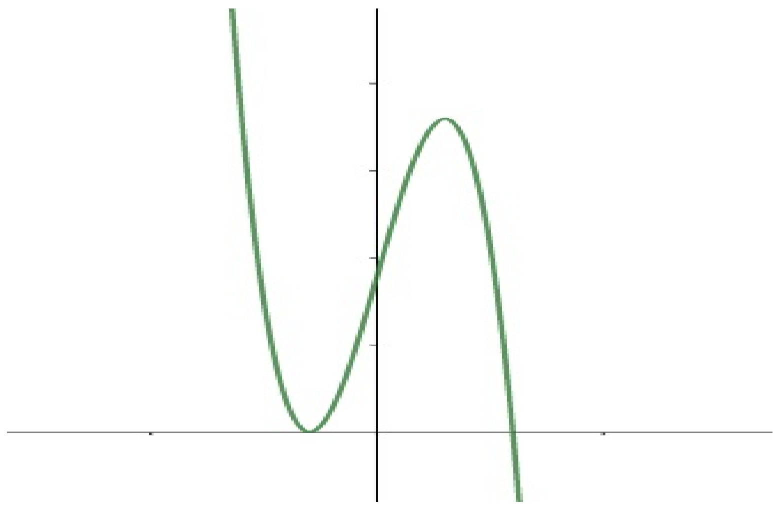
ד. נסדר את הפונקציה עם a=18, ככה שהפונקציה היא

$$-\frac{1}{3}x^3+9x+18$$

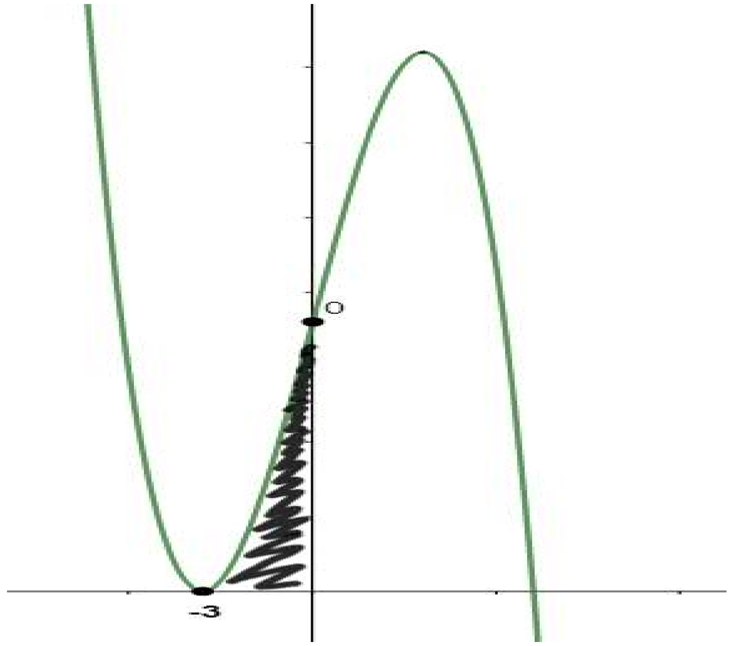
נציב 18 ב a בנקודות הקיצון שכבר מצאנו כדי למצוא את הערך המספרי שלהן.

ככה שנקבל (3,36) מקסימום ו(-3,0) מינימום.

ה.נשרטט :



ו.(1) נסמן בשרטוט את השטח שאותו אנחנו רוצים לחשב.



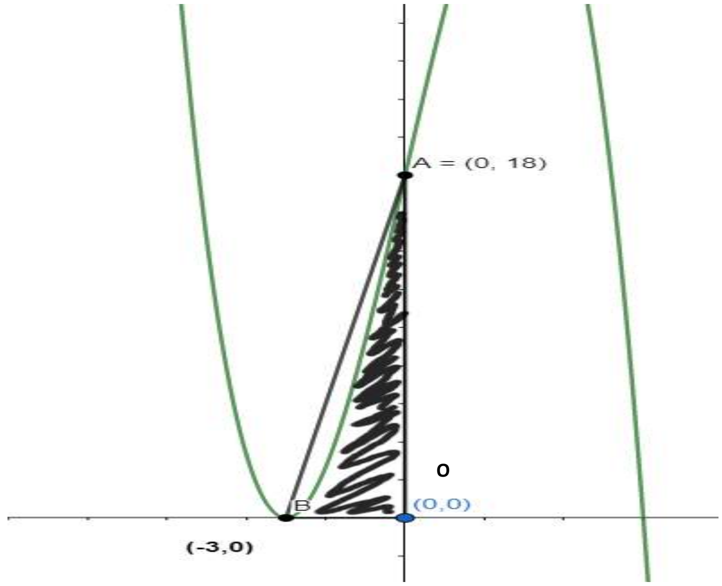
עכשיו אפשר לחשב את השטח בשימוש אינטגרל.

$$\int_{-3}^{0}(-\frac{1}{3}x^3+9x+18)dx=\left[-\frac{1}{3}\cdot\frac{x^4}{4}+\frac{9\cdot x^2}{2}+18x\right]=$$

$$(-\frac{1}{3}\cdot\frac{0^4}{4}+\frac{9\cdot 0^2}{2}+18\cdot 0)-(-\frac{1}{3}\cdot\frac{(-3)^4}{4}+\frac{9\cdot(-3)^2}{2}+18\cdot(-3))=0-(-20.25)=20.25$$

לכן השטח הוא 20.25 יח״ר

(2)יש לנו את נקודת החיתוך Aכבר מצאנו אותה היא (0,18) ונקודת המינימום B היא (-3,0).



בנוסף מצאנו כבר בסעיף הקודם את כל השטח המקווקו(נקרא לו M). כדי לדעת מה השטחהלבן(נקרא לו W), נחסר משטח המשולשABO את השטח המקווקו.

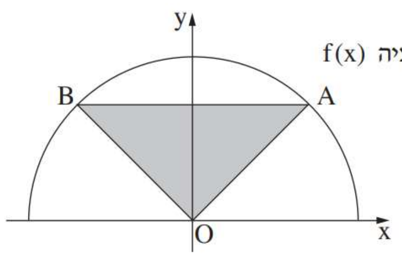
$$W = S_{\triangle ABO} - M = \frac{18\cdot 3}{2} - 20.25 = 27 - 20.25 = 6.75$$

לכן השטח הלבן הוא 6.75 ויחס השטחים בין השטח הלבן לשטח המקווקו מהסעיף הקודם הוא,

$$\frac{W}{M} = \frac{6.75}{20.25} = \frac{1}{3}$$

8)

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ המוגדרת בתחום $-5\le x\le 5$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.
דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x . הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$
בנקודה B שברביע השני. הנקודה O היא ראשית הצירים.
נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ t .



א. **(1)** הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B .

(2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO .

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

פתרון:

א. (1) כיוון שסימנו את שיעור הx של A בt והיא נמצאת על גרף הפונקציה שיעור הy שלה יהיה

$$\sqrt{25-t^2}$$

בנוסף A וB הן על אותו ישר שמקביל לציר הx ככה ששיעור הy שלהם זהה.

מבחינת שיעור הx של B אנחנו רואים שהפונקציה היא פרבולה, כלומר x ו-x-מסוימים יתנו אותה תשובה

לשיעור הy. אנחנו יודעים שלA וB אותו שיעור y, לכן שיעור הx של B הוא -t.

לכןBהוא $(-t,\sqrt{25-t^2})$

(2)את שטח המשולש ABO אפשר לחשב בעזרת מכפלה של AB כפול הגובה לAB חלקי שתיים. אנחנו

יודעים שAB מקביל לציר הx לכן הוא גם מאונך לציר הy, כלומר הגובה הוא שיעור הy של A (מAB

לקודקוד O). נחשב AB= 2t=t-(-t) . ו h= $\sqrt{25-t^2}$

$$S_{\triangle ABO}=\frac{2t\cdot\sqrt{25-t^2}}{2}=t\sqrt{25-t^2}$$

ב. כדי שנוכל למצוא את השטח המקסימלי אנחנו צריכים להתייחס לשטח המשולש שמצאנו בסעיף הקודם ולגזור ולהשוות לאפס. נתחיל בלגזור את השטח ולהשוות לאפס.

$$f'(t)=\sqrt{25-t^2}+t\cdot\frac{(-2t)}{2\sqrt{25-t^2}}$$
$$f'(t)=\sqrt{25-t^2}-\frac{t^2}{\sqrt{25-t^2}}$$

$$0=\sqrt{25-t^2}-\frac{t^2}{\sqrt{25-t^2}}$$
$$0=25-t^2-t^2$$
$$2t^2=25$$
$$t^2=12.5$$

$$t_1=\sqrt{12.5}$$
$$t_2=-\sqrt{12.5}$$

בגלל שA ברביע הראשון t בטוח לא יכול להיות $-\sqrt{12.5}$ לכן t=3.535.

עכשיו כל מה שנשאר זה לבדוק האם באמת עבור ערך זה השטח מקסימלי. נעזר בטבלת עליה וירידה כדי לקבוע.

t	(3)		(4)
f'(x)	+	0	-
f(x)	↗		↘

באמת לפי הטבלה אנחנו רואים שעבור t= $\sqrt{12.5}$ השטח של המשולש מקסימלי.