

משרד החינוך  
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים  
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מבחן מפמ"ר – כיתה ט' – רמה א' - טור א'

בהצלחה!!!

המבחן מתוכנן ל-90 דק'  
השימוש במחשבון מותר  
יש להציג את דרך הפתרון בכל אחת מהשאלות

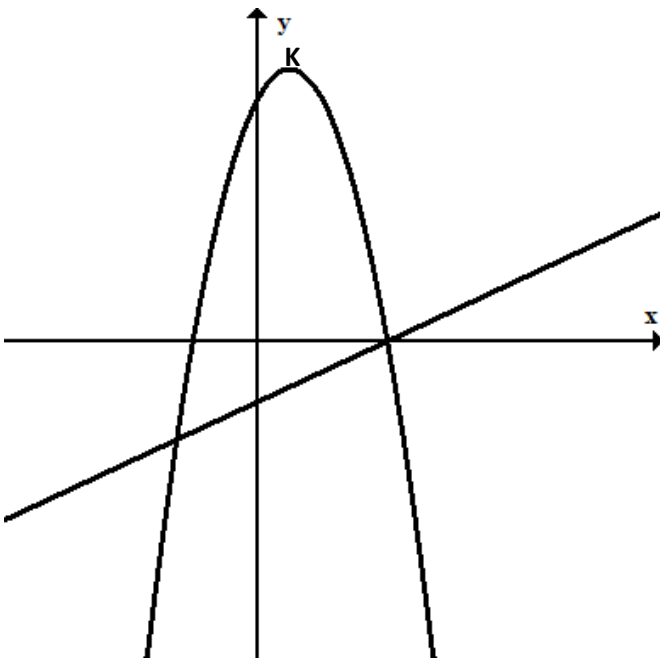
שם התלמיד: \_\_\_\_\_  
כיתה: \_\_\_\_\_

א. פונקציות (30%)

1. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = -2(x - 4)(x + 2)$$

$$g(x) = x - 4$$



א. מצאו את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.

ב. נקודה K היא קודקוד הפרבולה.

רשמו את הערך המקסימלי של הפונקציה  $f(x)$

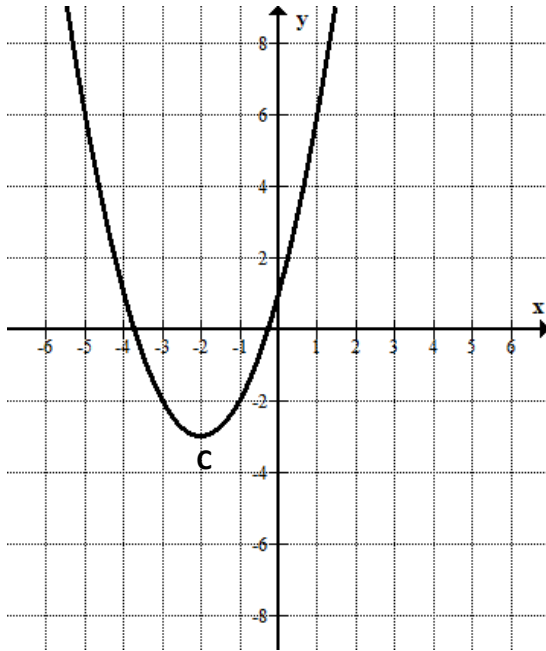
ג. רשמו את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית ועולה.

ד. פתרו את האי שוויון הבא:  $g(x) > f(x)$

מבחן מפמ"ר כיתה ט' רמה א' תשע"ט - טור א'

משרד החינוך  
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים  
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. נתון שרטוט של גרף הפונקציה  $f(x) = (x + 2)^2 - 3$



קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה C.

א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.

נתונה פונקציה  $g(x) = f(x) + 3$ .

ב. חשבו  $f(1)$ ,  $g(1)$ .

ג. רשמו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה  $g(x)$ .

ד. רשמו לאילו ערכים של  $x$   $g(x) > 0$ .

ה. הפונקציה  $g(x)$  חותכת את ציר ה-y בנקודה A.

הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה-y בנקודה B.

ה1. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C, B.

ה2. חשבו את שטח משולש ABC.

**משרד החינוך**  
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים  
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

**ב. מיומנויות אלגבריות והסתברות (40%)**

3. א. פתרו את המשוואה שלפניכם (רשמו תחום הצבה), הציגו את דרך הפתרון:

$$\frac{x^2}{x^2 - 4} + \frac{x}{x + 2} + \frac{1}{8 - 4x} = \frac{1}{8}$$

ב. בכד 8 כדורים כחולים 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים .

ב1. מוציאים מהכד בזה אחר זה ללא החזרה שני כדורים. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים באותו צבע?

ב2. דנה טענה "ההסתברות להוציא כדורים בצבעים שונים (ללא החזרה) שווה להסתברות להוציא כדורים באותו צבע (ללא החזרה)"  
האם דנה צודקת? נמקו תשובתכם.

4. משני מקומות הרחוקים זה מזה 18 ק"מ יצאו בו זמנית שני הולכי רגל זה לקראת זה.

מהירות הולך רגל אחד גדולה פי 2 ממהירותו של הולך הרגל השני.

שני הולכי הרגל נפגשו כעבור 2 שעות הליכה.

א. מצאו את מהירות ההליכה של כל הולך רגל.

ב. מצאו את המרחק שעבר הולך הרגל המהיר עד שנפגשו.

ג. שני הולכי הרגל המשיכו בדרכם לאחר שנפגשו. הולך הרגל המהיר הגיע ליעד ומיד

חזר למקום המוצא באותה המהירות. בדרכו חזרה פגש שוב את הולך הרגל האיטי

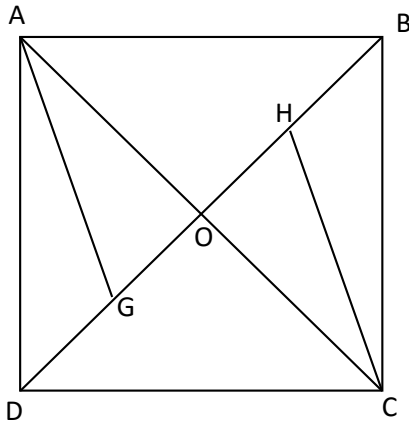
יותר שהמשיך באותה מהירות שבה התחיל.

מצאו כמה שעות עברו ממועד הפגישה הראשונה לשנייה של שני הולכי הרגל.

**משרד החינוך**  
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים  
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ג. גאומטריה (30%)

5. נתון ריבוע ABCD.

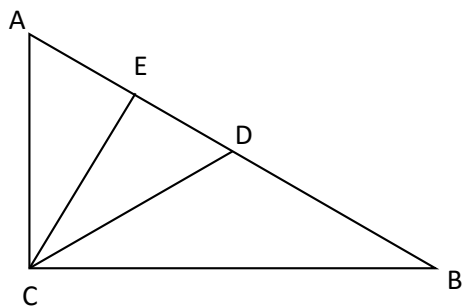


G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.  
 H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.

הוכיחו:

- א.  $\triangle AGO \cong \triangle CHO$
- ב. המרובע AGCH הוא מעוין.
- ג. חשבו את זוויות המעוין AGCH.
- ד. נתון  $OC = a$ . סמנו את התשובה שמתאימה להיות שטח הריבוע ABCD ונמקו.

- i.  $4a^2$     ii.  $2a^2$     iii.  $a^2$     iv.  $4\sqrt{2}a$



6. נתון:

- $\triangle ABC$  משולש ישר זווית,  $\sphericalangle C = 90^\circ$
- CD תיכון ליתר AB
- CE גובה ליתר AB
- $AC = CD$

א. הסבירו מדוע משולש הוא משולש ACD שווה צלעות.

ב. הוכיחו:  $AB = 4 \cdot AE$

ג. הוכיחו:  $\triangle ACE \sim \triangle CBE$

ד. נתון כי שטח משולש ACE הוא 3 סמ"ר.

חשבו את שטח משולש ABC.

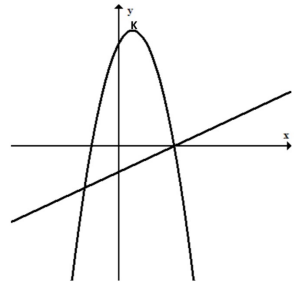
## מפתח - כיתה ט' - רמה א - סור א

1.  $f(x) = -2(x^2 + 2x - 4x - 8)$

$f(x) = -2(x^2 - 2x - 8)$

$f(x) = -2x^2 + 4x + 16$

$g(x) = x - 4$



א. פונקציות (30%)

נתונות הפונקציות:

$f(x) = -2(x-4)(x+2)$

$g(x) = x - 4$

א. מצאו את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.

ב. נקודה K היא קודקוד הפרבולה.

רשמו את הערך המקסימלי של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. רשמו את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית ועולה.

ד. פתרו את האי שיוויון הבא:  $g(x) > f(x)$ .

10.  $-2x^2 + 4x + 16 = x - 4$   
 $-2x^2 - 4x + 16 - x + 4 = 0$  נק' חיתוך בין שני פונקציות:  $f(x) = g(x)$   
 $-2x^2 + 3x + 20 = 0$   
 $a = -2, b = 3, c = 20$

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 20}}{2 \cdot (-2)}$

$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 160}}{-4} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{-4} = \frac{-3 \pm 13}{-4}$

$x_1 = \frac{-3 + 13}{-4} = \frac{10}{-4} = -2.5 \rightarrow y = -2.5 - 4 = -6.5$

$(-2.5, -6.5)$

$x_2 = \frac{-3 - 13}{-4} = \frac{-16}{-4} = 4 \rightarrow y = 4 - 4 = 0$   $(4, 0)$

11.  $f(x) = -2x^2 + 4x + 16$   $a = -2$

$x_K = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)}$   $b = 4$

$x_K = 1 \rightarrow y = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 16$   $c = 16$   
 $y = 18$

$K(1, 18)$  קודקוד

הפונקציה היא פרבולה הפוכה ולכן הנק' של נקודת הקודקוד כה היסוד המקסימלי. שהפרבולה תקרה.

היסוד המקסימלי של  $f(x)$  הוא 18

12. חיסור וטווח  $f(x)$



$x_{min} < x < x_{max}$

$-2x^2 - 4x + 16 = 0$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 16}}{2 \cdot (-2)}$

$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 128}}{-4} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{-4}$

$x_1 = \frac{-4 + 12}{-4} = -2$   $x_2 = \frac{-4 - 12}{-4} = 4$

$-2 < x < 4$

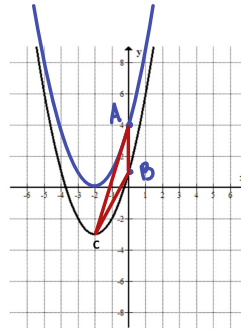
13.  $g(x) > f(x)$

אזי השוויון מתקיים בהיחס בו הקו הישר נמצא מעל הפרבולה. היחס  $x < x_{min}$  או  $x > x_{max}$  בין הפונקציות.

$4 < x$  ,  $x < -2.5$

2.  $f(x) = x^2 + 4x + 4 - 3$   
 $f(x) = x^2 + 4x + 1$

10.  $x_c = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$   
 קואורדינטות  
 $y_c = (-2)^2 + 4(-2) + 1$   
 $y_c = -3$   
**C (-2, -3)**



2. נתון שרטוט של גרף הפונקציה  $f(x) = (x+2)^2 - 3$   
 קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה C.  
 א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.

נתונה פונקציה  $g(x) = f(x) + 3$   
 ב. חשבו  $f(1)$ ,  $g(1)$ .

ג. רשמו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה  $g(x)$ .

ד. רשמו לאילו ערכים של  $x$   $g(x) > 0$ .

ה. הפונקציה  $g(x)$  חותכת את ציר ה-y בנקודה A.  
 הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה-y בנקודה B.  
 ו. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C, B.

ז. חשבו את שטח משולש ABC.

7.  $f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 6$   
 **$f(1) = 6$**

$g(x) = f(x) + 3$   
 $g(1) = f(1) + 3 = 6 + 3$   
 **$g(1) = 9$**

ערכי ה-y של הפונקציה הם העשרה אנכייה למעלה ה-3 של ערכי ה-y של הפונקציה.

8.  $x = x = -2$  אין הבדל אופקית  
 מנימימי  $g(x)$     מנימימי  $f(x)$

$g(-2) = f(-2) + 3$   
 $g(-2) = -3 + 3 = 0$   
 **$(-2, 0)$**

9.  $g(x) > 0$

נקודת המינימום של  $g(x)$  נמצאת על ציר ה-x, לפי  $g(x)$  נמצאת כולה מעל ציר ה-x ומימימי חזוסי.

**$g(x)$  חיובי לכל  $x$**

1.  $f(x) = x^2 + 4x + 1$   
 $f(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + 1 = 1$  **B (0, 1)**

$m = \frac{1 - (-3)}{0 - (-2)} = \frac{1 + 3}{0 + 2} = \frac{4}{2} = 2$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 2(x - 0)$

$y - 1 = 2x - 0 \rightarrow$   **$y = 2x + 1$**

2.  $S_{\triangle ABC} = \frac{|x_c| \cdot (y_A - y_B)}{2}$

$g(0) = f(0) + 3 = 1 + 3 = 4 = y_A$

$S_{\triangle ABC} = \frac{|-3| \cdot (4 - 1)}{2} = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4.5$

**$S_{\triangle ABC} = 4.5$  יהי**

ב. מיומנויות אלגבריות והסתברות (40%)

3. א. פתרו את המשוואה שלפניכם (רשמו תחום הצבה), הציגו את דרך הפתרון:

$$\frac{x^2}{x^2-4} + \frac{x}{x+2} + \frac{1}{8-4x} = \frac{1}{8}$$

3.

10) 
$$\frac{-8}{(x-2)(x+2)} + \frac{-8(x-2)}{x+2} + \frac{2(x+2)}{4(2-x)} = \frac{1}{8}$$

נ"ח  
 $(x-2)(x+2) \cdot (-8)$

$$-8 \cdot x^2 + x \cdot (-8)(x-2) + 2(x+2) = -(x-2)(x+2)$$

$$-8x^2 - 8x(x-2) + 2x+4 = -(x^2-4)$$

$$-8x^2 - 8x^2 + 16x + 2x + 4 = -x^2 + 4$$

$$-8x^2 - 8x^2 + 16x + 2x + 4 + x^2 - 4 = 0$$

$$-15x^2 + 18x = 0$$

$$x(-15x+18) = 0$$

$-15x+18=0$   
 $18=15x \quad /:15$   
 $x=1.2$

$x=0$

תחום  
הצבה:

$$\begin{matrix} x^2 - 4 \neq 0 \\ x^2 \neq 4 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} x \neq -2 \\ x \neq 2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x+2 \neq 0 \\ x \neq -2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 8-4x \neq 0 \\ 8 \neq 4x \quad /:4 \\ 2 \neq x \end{matrix}$$

20

1. 
$$P\left(\frac{11}{23}\right) = \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23} + \frac{12}{24} \cdot \frac{11}{23} + \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23}$$

$$P\left(\frac{11}{23}\right) = \frac{25}{69}$$

2. 
$$P\left(\frac{11}{23} \text{ שני פעמים} \mid \text{שני פעמים}\right) = 1 - P\left(\frac{11}{23}\right)$$

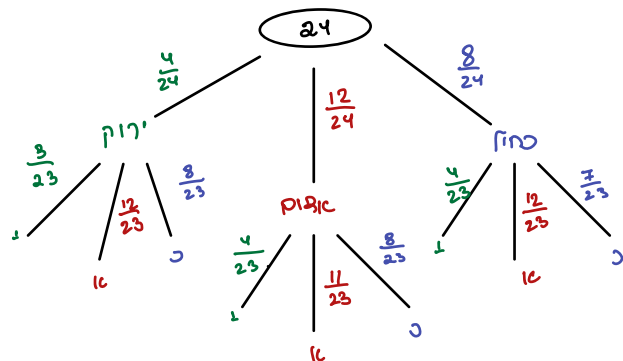
$$P\left(\frac{11}{23} \text{ שני פעמים} \mid \text{שני פעמים}\right) = 1 - \frac{25}{69} = \frac{44}{69}$$

$$\frac{44}{69} \neq \frac{25}{69} \rightarrow \begin{matrix} \text{רונה} \\ \text{אזנה} \end{matrix}$$

ב. בכד 8 כדורים כחולים 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים .

10. מוציאים מהכד בזה אחר זה ללא החזרה שני כדורים. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים באותו צבע?

20. דנה טענה "ההסתברות להוציא כדורים בצבעים שונים (ללא החזרה) שווה להסתברות להוציא כדורים באותו צבע (ללא החזרה)"  
האם דנה צודקת? נמקו תשובתכם.



4. משני מקומות הרחוקים זה מזה 18 ק"מ יצאו בו זמנית שני הולכי רגל זה לקראת זה.

מהירות הולך רגל אחד גדולה פי 2 ממהירותו של הולך הרגל השני.

שני הולכי הרגל נפגשו כעבור 2 שעות הליכה.

א. מצאו את מהירות ההליכה של כל הולך רגל.

ב. מצאו את המרחק שעבר הולך הרגל המהיר עד שנפגשו.

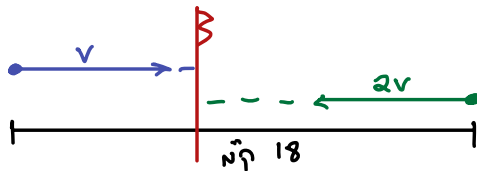
ג. שני הולכי הרגל המשיכו בדרכם לאחר שנפגשו. הולך הרגל המהיר הגיע ליעד ומיד

חזר למקום המוצא באותה המהירות. בדרכו חזרה פגש שוב את הולך הרגל האיטי

יותר שהמשיך באותה מהירות שבה התחיל.

מצאו כמה שעות עברו ממועד הפגישה הראשונה לשנייה של שני הולכי הרגל.

4.



S	T	v	
$2v$	$a$	$v$	1
$4v$	$a$	$2v$	2

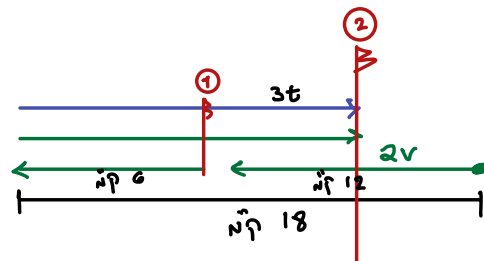
15.  $2v + 4v = 18$   
 $6v = 18 \quad /:6$   
 $v = 3$

$V_1 = 3 \text{ קמ"ש}$

$V_2 = 2v$   
 $V_2 = 6 \text{ קמ"ש}$

16.  $4v = 12 \text{ קמ"ש}$

17.



S	T	v	
$3t$	$t$	3	1
6	$\frac{6}{6} = 1$	6	2
$6 + 3t$	$\frac{6+3t}{6}$	6	

$\frac{6+3t}{6} + 1 = \frac{6}{t} \quad / \cdot 6$

$6 + 3t + 6 = 6t$

$12 = 3t \rightarrow t = 4$

$4 \cdot 1 = 4$   
 $12 \text{ שעות}$

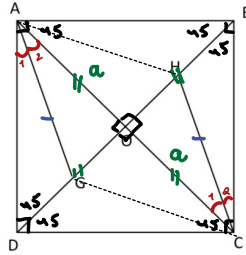




ג. גאומטריה (30%)

5. נתון ריבוע ABCD.

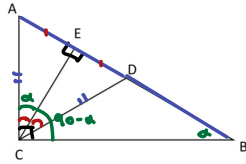
- .G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.
- .H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.



הוכיחו:

- א.  $\triangle AGO \cong \triangle CHO$ .
- ב. המרובע AGCH הוא מעוין.
- ג. חשבו את זוויות המעוין AGCH.
- ד. נתון  $a = OC$ . סמנו את התשובה שמתאימה להיות שטח הריבוע ABCD ונמקו.
  - i.  $4a^2$
  - ii.  $2a^2$
  - iii.  $a^2$
  - iv.  $4\sqrt{2}a$

נימוק	טענה
<p>סכים ב. כי <math>\triangle AGO</math> שווה ל- <math>\triangle CHO</math> <math>180^\circ</math></p> <p>במעוין שלכסינוג חובי אונת</p> <p>איה נכדיה במעוין שוה בו לכו</p> <p>במעוין שלכסינוג חובי אונת</p> <p>איה נכדיה במעוין שוה בו לכו</p> <p>נלמה ההרוסף שוה</p> <p>משפט פיתגורס ב- <math>\triangle ABC</math></p>	<p><math>\angle AGO = 180^\circ - 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ</math></p> <p><math>\angle AGC = 2 \cdot 67.5^\circ = 135^\circ</math></p> <p><math>\angle AGC = \angle AHC = 135^\circ</math></p> <p><math>\angle A_2 = \angle HAO = 22.5^\circ</math></p> <p><math>\angle GAH = 22.5^\circ \cdot 2 = 45^\circ</math></p> <p><math>\angle GAH = \angle GCH = 45^\circ</math> נ"ל</p> <p><math>AB = BC</math></p> <p><math>AB^2 + BC^2 = AC^2</math></p> <p><math>2AB^2 = (2a)^2</math></p> <p><math>2AB^2 = 4a^2 \quad /:2</math></p> <p><math>AB^2 = 2a^2 \quad / \sqrt{\quad}</math></p> <p><math>AB = \sqrt{2}a = BC</math></p> <p><math>S_{ABCO} = AB \cdot BC = (\sqrt{2}a)^2 = 2a^2</math></p> <p>(ii) <math>2a^2</math> נ"ל</p>
<p>חישוב</p>	



6. נתון:

$\triangle ABC$  משולש ישר זווית,  $\angle C = 90^\circ$

CD תיכון ליתר AB

CE גובה ליתר AB

$AC = CD$

א. הסבירו מדוע משולש הוא משולש ACD שווה צלעות.

ב. הוכיחו:  $AB = 4 \cdot AE$

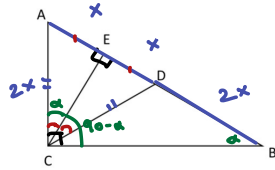
ג. הוכיחו:  $\triangle ACE \sim \triangle CBE$

ד. נתון כי שטח משולש ACE הוא 3 סמ"ר.

חשבו את שטח משולש ABC.

6.

נימוק	טעם
<p>המשולש ישר זווית, התיכון ליתר שווה לאמצעים.</p> <p>נתון</p> <p>הצדקה שוויון</p> <p>משולש שבו 2 הצלעות שוות</p> <p>נתון</p> <p>המשולש שווה שוקיים, הסיבוב היורד גם התיכון והגובה זווית.</p> <p>הצדקה <math>AE = x</math></p> <p>נניח</p> <p>סיים זווית ב <math>\triangle CEB</math> שווה 180</p> <p>חילוקים</p>	<p><math>CD = AD = BD</math></p> <p><math>AC = CD</math></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p><math>AD = CD = AD</math></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p><b>נ"ל 1) שווה צלעות <math>\triangle ACD</math></b></p> <p>זווית CE</p> <p><math>\angle ACE = \angle ECD</math></p> <p><math>AE = ED \xrightarrow{\text{נתון } x}</math></p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p><math>AD = 2x = BD</math></p> <p><math>AB = 2AD = 4x</math></p> <p><b>נ"ל 2) <math>AB = 4AE</math></b></p> <p><math>\angle B = \alpha</math></p> <p><math>\angle ECB = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha</math></p> <p><math>\angle ACE = \angle C - \angle ECB = 90^\circ - (90^\circ - \alpha)</math></p> <p><math>\angle ACE = 90^\circ - 90^\circ + \alpha</math></p> <p><math>\angle ACE = \alpha</math></p>



6. נתון:

$\triangle ABC$  משולש ישר זווית,  $\angle C = 90^\circ$

CD תיכון ליתר AB

CE גובה ליתר AB

$AC = CD$

א. הסבירו מדוע משולש הוא משולש ACD שווה צלעות.

ב. הוכיחו:  $AB = 4 \cdot AE$

ג. הוכיחו:  $\triangle ACE \sim \triangle CBE$

ד. נתון כי שטח משולש ACE הוא 3 סמ"ר.

חשבו את שטח משולש ABC.

נתון	טענה
נתון + היסק	$\angle B = \angle ACE = \alpha$
	$\angle AEC = \angle BEC = 90^\circ$
	↓
תפי משפט ז.ז.	<b>משל <math>\triangle ACE \sim \triangle CBE</math></b>
יחס צדדים	$\frac{AC}{CB} = \frac{CE}{BE} = \frac{AE}{CE}$
הצבה	$\frac{2x}{CB} = \frac{CE}{3x} = \frac{x}{CE}$
חישוב	$CE \cdot CE = 3x \cdot x$ $CE^2 = 3x^2 \quad / \sqrt{\quad}$ $CE = \sqrt{3}x$
	יחס הצדדים = $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{AE}{CE}$
המשוואות צדדים, יחס הצדדים הקווי הריבוע שונה ליחס השטחים	$\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle CBE}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \rightarrow \frac{3}{S_{\triangle CBE}} = \frac{1}{3}$
חישוב	$1 \cdot S_{\triangle CBE} = 3 \cdot 3 = 9 \rightarrow S_{\triangle CBE} = 9$ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CBE} + S_{\triangle AEC} = 9 + 3$
	<b>משל <math>S_{\triangle ABC} = 12</math></b>