

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

מבחן מפמ"ר – כיתה ט' – רמה א' - טור א'

בהצלחה!!!

המבחן מתוכנן ל- 90 דק'
השימוש במחשבון מותר
יש להציג את דרך הפתרון בכל אחת מהשאלות

שם התלמיד: _____
כיתה: _____

א. פונקציות (30%)

1. נתונות הפונקציות:

$$f(x) = -2(x - 4)(x + 2)$$

$$g(x) = x - 4$$

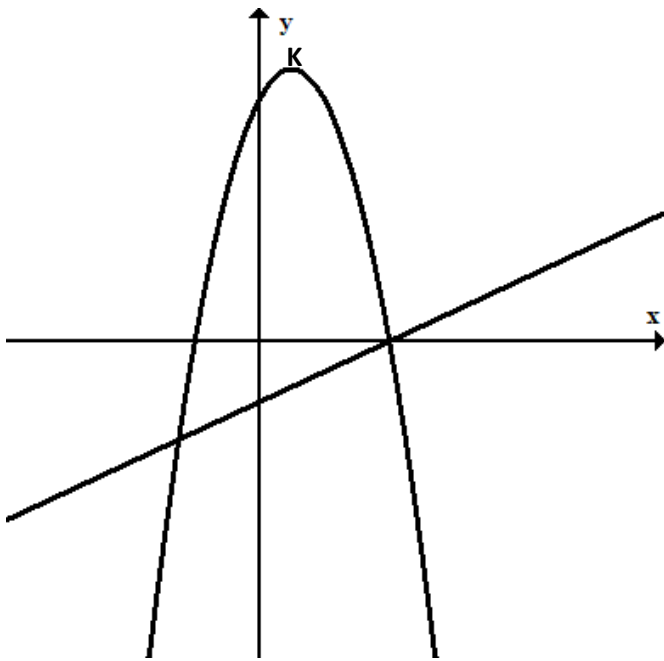
א. מצאו את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.

ב. נקודה K היא קודקוד הפרבולה.

רשמו את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x)$

ג. רשמו את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית ועולה.

ד. פתרו את האי שיוויון הבא: $g(x) > f(x)$



מבחן מפמ"ר כיתה ט' רמה א' תשע"ט - טור א'

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

2. נתון שרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = (x + 2)^2 - 3$

קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה C.

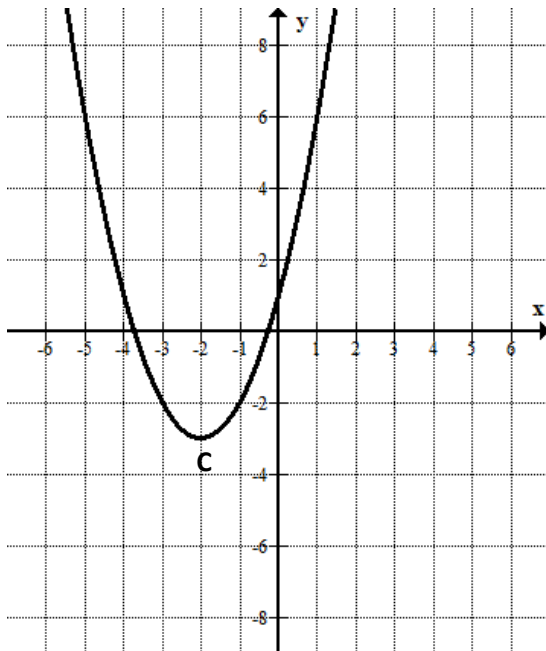
א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.

נתונה פונקציה $g(x) = f(x) + 3$

ב. חשבו $f(1)$, $g(1)$.

ג. רשמו את שיעורי נקודת המינימום של
הפונקציה $g(x)$.

ד. רשמו לאילו ערכים של x $g(x) > 0$.



ה. הפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה-y בנקודה A.

הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה-y בנקודה B.

ה1. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C, B.

ה2. חשבו את שטח משולש ABC.

משרד החינוך
המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ב. מיומנויות אלגבריות והסתברות (40%)

3. א. פתרו את המשוואה שלפניכם (רשמו תחום הצבה), הציגו את דרך הפתרון:

$$\frac{x^2}{x^2 - 4} + \frac{x}{x + 2} + \frac{1}{8 - 4x} = \frac{1}{8}$$

ב. בכד 8 כדורים כחולים 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים .

ב1. מוציאים מהכד בזה אחר זה ללא החזרה שני כדורים. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים באותו צבע?

ב2. דנה טענה "ההסתברות להוציא כדורים בצבעים שונים (ללא החזרה) שווה להסתברות להוציא כדורים באותו צבע (ללא החזרה)"
האם דנה צודקת? נמקו תשובתכם.

4. משני מקומות הרחוקים זה מזה 18 ק"מ יצאו בו זמנית שני הולכי רגל זה לקראת זה.

מהירות הולך רגל אחד גדולה פי 2 ממהירותו של הולך הרגל השני.

שני הולכי הרגל נפגשו כעבור 2 שעות הליכה.

א. מצאו את מהירות ההליכה של כל הולך רגל.

ב. מצאו את המרחק שעבר הולך הרגל המהיר עד שנפגשו.

ג. שני הולכי הרגל המשיכו בדרכם לאחר שנפגשו. הולך הרגל המהיר הגיע ליעד ומיד

חזר למקום המוצא באותה המהירות. בדרכו חזרה פגש שוב את הולך הרגל האיטי

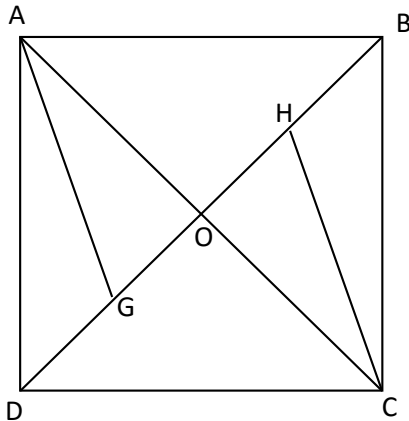
יותר שהמשיך באותה מהירות שבה התחיל.

מצאו כמה שעות עברו ממועד הפגישה הראשונה לשנייה של שני הולכי הרגל.

משרד החינוך
 המזכירות הפדגוגית – אגף מדעים
 הפיקוח על הוראת המתמטיקה

ג. גאומטריה (30%)

5. נתון ריבוע ABCD.



G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.

H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.

הוכיחו:

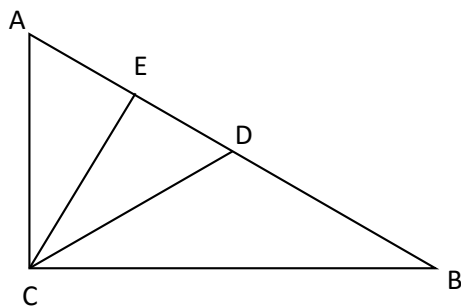
א. $\triangle AGO \cong \triangle CHO$

ב. המרובע AGCH הוא מעוין.

ג. חשבו את זוויות המעוין AGCH.

ד. נתון $OC = a$. סמנו את התשובה שמתאימה להיות שטח הריבוע ABCD ונמקו.

i. $4a^2$ ii. $2a^2$ iii. a^2 iv. $4\sqrt{2}a$



6. נתון:

$\triangle ABC$ משולש ישר זווית, $\angle C = 90^\circ$

CD תיכון ליתר AB

CE גובה ליתר AB

$AC = CD$

א. הסבירו מדוע משולש הוא משולש ACD שווה צלעות.

ב. הוכיחו: $AB = 4 \cdot AE$

ג. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle CBE$

ד. נתון כי שטח משולש ACE הוא 3 סמ"ר.

חשבו את שטח משולש ABC.

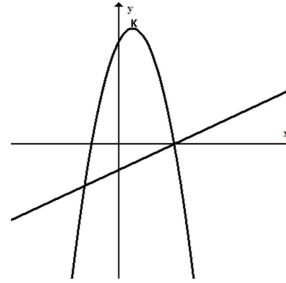
מבחן מפגש - כיתה ט' - רמה א - סור א

א. פונקציות (30%)

נתונות הפונקציות:

$$f(x) = -2(x-4)(x+2)$$

$$g(x) = x - 4$$



א. מצאו את נקודות החיתוך בין שתי הפונקציות.

ב. נקודה K היא קודקוד הפרבולה.

רשמו את הערך המקסימלי של הפונקציה $f(x)$.

ג. רשמו את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית ועולה.

ד. פתרו את האי שיוויון הבא: $g(x) > f(x)$

1. $f(x) = -2(x^2 + 2x - 4x - 8)$

$$f(x) = -2(x^2 - 2x - 8)$$

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 16$$

$$g(x) = x - 4$$

10. $-2x^2 + 4x + 16 = x - 4$ נק' חיתוך בין שני פונקציות: $f(x) = g(x)$
 $-2x^2 - 4x + 16 - x + 4 = 0$
 $-2x^2 - 3x + 20 = 0$
 $a = -2, b = 3, c = 20$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 20}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 160}}{-4} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{-4} = \frac{-3 \pm 13}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-3 + 13}{-4} = \frac{10}{-4} = -2.5 \rightarrow y = -2.5 - 4 = -6.5$$

$$(-2.5, -6.5)$$

$$x_2 = \frac{-3 - 13}{-4} = \frac{-16}{-4} = 4 \rightarrow y = 4 - 4 = 0 \quad (4, 0)$$

11. $f(x) = -2x^2 + 4x + 16$ $a = -2$
 $x_k = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-2)}$ $b = 4$
 $x_k = 1$ $c = 16$

$$x_k = 1 \rightarrow y = -2 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 + 16 = 18$$

$$K(1, 18) \text{ קודקוד}$$

הפונקציה היא פסגה הפוכה ולכן הנק' על צומת הקודקוד כה הערך המקסימלי שהפסגה תגדיל.

הערך המקסימלי של $f(x)$ הוא 18

12. חיסור וטווח $f(x)$

$$x_{\min} < x < x_{\max}$$

$$-2x^2 - 4x + 16 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 16}}{2 \cdot (-2)}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 128}}{-4} = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 12}{-4} = -2 \quad x_2 = \frac{-4 - 12}{-4} = 4$$

$$-2 < x < 4$$

13. $g(x) > f(x)$

אז השוויון מתקיים בתחום בו הקו הישיר נמצא מעל הפרבולה
 מתוך $x < x_{\min}$, $x < x_{\max}$ אז הפונקציה

$$4 < x, \quad x < -2.5$$

2. $f(x) = x^2 + 4x + 4 - 3$
 $f(x) = x^2 + 4x + 1$

10. $x_c = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$
 קוארדינאטות
 $y_c = (-2)^2 + 4(-2) + 1$
 $y_c = -3$
 $C(-2, -3)$

7. $f(1) = 1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 6$
 $f(1) = 6$

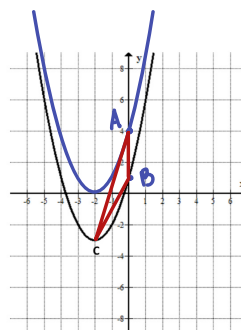
$g(x) = f(x) + 3$
 $g(1) = f(1) + 3 = 6 + 3$
 $g(1) = 9$

זכרו: הנקודה של המשיק היא הנקודה הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

8. $x = x = -2$ אין הבדל בין x ל- x
 x $f(x)$

$g(-2) = f(-2) + 3$
 $g(-2) = -3 + 3 = 0$
 $(-2, 0)$

9. $g(x) > 0$
 נקודת המפגש של $g(x)$ עם ציר ה- x , אכן $g(x)$ נמצאת בזהו ציר ה- x ונמצאת בזהו ציר ה- x .
 $g(x)$ חוצה את ציר ה- x בנקודה $(-2, 0)$.
 $g(x)$ חוצה את ציר ה- x בנקודה $(-2, 0)$.



2. נתון שרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = (x+2)^2 - 3$.
 קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה C.
 א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.

נתונה פונקציה $g(x) = f(x) + 3$.
 ב. חשבו $g(1)$, $f(1)$.

ג. רשמו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$.

ד. רשמו לאילו ערכים של x $g(x) > 0$.

ה. הפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה A.
 הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה- y בנקודה B.
 ו. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C, B.

ז. חשבו את שטח משולש ABC.

1. $f(x) = x^2 + 4x + 1$
 $f(0) = 0^2 + 4 \cdot 0 + 1 = 1$ B
 $(0, 1)$

$m = \frac{1 - (-3)}{0 - (-2)} = \frac{1 + 3}{0 + 2} = \frac{4}{2} = 2$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 2(x - 0)$

$y - 1 = 2x - 0 \rightarrow y = 2x + 1$

2. $S_{\Delta ABC} = \frac{|x_c| \cdot (|y_A| - |y_B|)}{2}$

$y_A = g(0) = f(0) + 3 = 1 + 3 = 4$

$S_{\Delta ABC} = \frac{|-2| \cdot (4 - 1)}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3$

$S_{\Delta ABC} = 3$

ב. מיומנויות אלגבריות והסתברות (40%)

3. א. פתרו את המשוואה שלפניכם (רשמו תחום הצבה), הציגו את דרך הפתרון:

$$\frac{x^2}{x^2-4} + \frac{x}{x+2} + \frac{1}{8-4x} = \frac{1}{8}$$

3.

10.
$$\frac{-8}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x+2} + \frac{2(x+2)}{4(2-x)} = \frac{1}{8}$$

נ"מ $(x-2)(x+2) \cdot (-8)$

$$\frac{-8 \cdot x^2}{(x-2)(x+2)} + \frac{-8(x+2)}{x+2} + \frac{2(x+2)}{4(2-x)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{-8x^2}{(x-2)(x+2)} + \frac{-8(x+2)}{x+2} + \frac{2(x+2)}{4(2-x)} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{-8x^2}{(x-2)(x+2)} + \frac{-8(x+2)}{x+2} + \frac{2(x+2)}{4(2-x)} = \frac{1}{8}$$

$$-8x^2 + x \cdot (-8)(x-2) + 2(x+2) = -(x-2)(x+2)$$

$$-8x^2 - 8x(x-2) + 2x + 4 = -(x^2 - 4)$$

$$-8x^2 - 8x^2 + 16x + 2x + 4 = -x^2 + 4$$

$$-8x^2 - 8x^2 + 16x + 2x + 4 + x^2 - 4 = 0$$

$$-15x^2 + 18x = 0$$

$$x(-15x + 18) = 0$$

$-15x + 18 = 0$
 $18 = 15x \quad / :15$
 $x = 1.2$

$x = 0$

תחום
הצבה:

$$x^2 - 4 \neq 0 \rightarrow x \neq -2, x \neq 2$$

$$x + 2 \neq 0 \rightarrow x \neq -2$$

$$8 - 4x \neq 0 \rightarrow 8 \neq 4x \quad / :4$$

$$2 \neq x$$

2.

1.
$$P(\omega_{12}) = \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23} + \frac{12}{24} \cdot \frac{11}{23} + \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23}$$

$$P(\omega_{12}) = \frac{25}{69}$$

2.
$$P(\text{פסגה שנייה}) = 1 - P(\omega_{12})$$

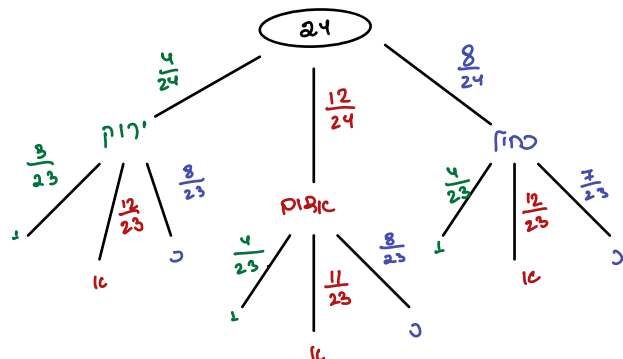
$$P(\text{פסגה שנייה}) = 1 - \frac{25}{69} = \frac{44}{69}$$

$$\frac{44}{69} \neq \frac{25}{69} \rightarrow \text{כן, לא}$$

ב. בכד 8 כדורים כחולים 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.

ב1. מוציאים מהכד בזה אחר זה ללא החזרה שני כדורים. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים באותו צבע?

ב2. דנה טענה "ההסתברות להוציא כדורים בצבעים שונים (ללא החזרה) שווה להסתברות להוציא כדורים באותו צבע (ללא החזרה)"
האם דנה צודקת? נמקו תשובתכם.



4. משני מקומות הרחוקים זה מזה 18 ק"מ יצאו בו זמנית שני הולכי רגל זה לקראת זה.

מהירות הולך רגל אחד גדולה פי 2 ממהירותו של הולך הרגל השני.

שני הולכי הרגל נפגשו כעבור 2 שעות הליכה.

א. מצאו את מהירות ההליכה של כל הולך רגל.

ב. מצאו את המרחק שעבר הולך הרגל המהיר עד שנפגשו.

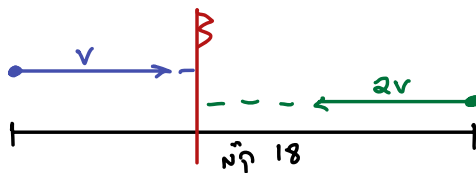
ג. שני הולכי הרגל המשיכו בדרכם לאחר שנפגשו. הולך הרגל המהיר הגיע ליעד ומיד

חזר למקום המוצא באותה המהירות. בדרכו חזרה פגש שוב את הולך הרגל האיטי

יותר שהמשיך באותה מהירות שבה התחיל.

מצאו כמה שעות עברו ממועד הפגישה הראשונה לשנייה של שני הולכי הרגל.

4.



S	T	v	
2v	a	v	1
4v	a	2v	2

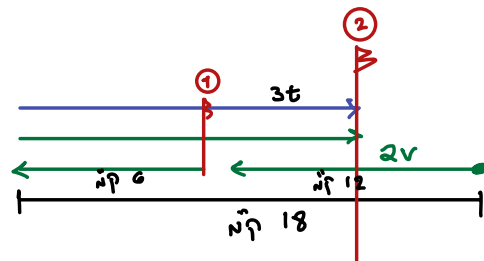
15 $2v + 4v = 18$
 $6v = 18 \quad / :6$
 $v = 3$

$V_1 = 3 \text{ ק"מ/ש}$

$V_2 = 2v$
 $V_2 = 6 \text{ ק"מ/ש}$

16 $4v = 12 \text{ ק"מ}$

5



S	T	v	
3t	t	3	1
6	$\frac{6}{6} = 1$	6	2
$6 + 3t$	$\frac{6 + 3t}{6}$	6	

$\frac{6 + 3t}{6} + 1 = \frac{6}{t} \quad / \cdot 6$

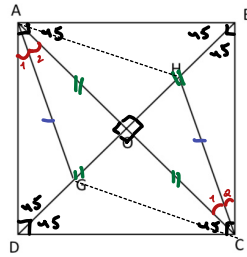
$6 + 3t + 6 = 6t$

$12 + 3t \rightarrow t = 4$

$4 \cdot 3 = 12$
 שעות

5. נתון ריבוע ABCD.

- G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.
H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.



הוכיחו:

- $\triangle AGO \cong \triangle CHO$.
- המרובע AGCH הוא מעוין.
- חשבו את זוויות המעוין AGCH.
- נתון $OC = a$. סמנו את התשובה שמתאימה להיות שטח הריבוע ABCD ונמקו.
 - $4a^2$
 - $2a^2$
 - a^2
 - $4\sqrt{2}a$

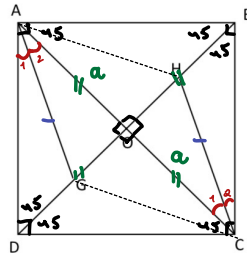
5.

נ"מ	טענה
נתון	$\angle A_1 = \angle A_2$ $\angle C_1 = \angle C_2$
הריבוע אלכסונים חוצים זווית	$\angle DAO = \angle BCA = 45^\circ$ $\downarrow$
חישוב	$\angle A_1 = \angle A_2 = \angle C_1 = \angle C_2 = \frac{45}{2} = 22.5^\circ$
הריבוע אלכסונים שווים, חוצים זה את זה, ומינימים זה את זה.	$AO = BO = CO = DO$ $\angle O = 90^\circ$ $\downarrow$
לפי משפט ז.צ.ז	$\triangle ABO \cong \triangle CHO$ (נ"מ 10)
היכחתי ב-14	$\angle A_2 = \angle C_1 = 22.5^\circ$ $\downarrow$
בין ישרים מקבילים זווית מהחיצה שווה	$AG \parallel CH$
צלע אחת שווה, זווית חיצית שווה	$AG = CH$ $\downarrow$
הריבוע בו זמן צלע שווה ומקבילת הוא מקבילת	מקבילת AGCH
היכחתי ב-14	$AC \perp GH$ $\downarrow$
מקבילת שילכסונים, מינימים הא מעוין	נ"מ 10 מעוין AGCH

ג. גאומטריה (30%)

5. נתון ריבוע ABCD.

G נקודה על האלכסון BD כך ש AG חוצה זווית DAO.
H נקודה על האלכסון BD כך ש CH חוצה זווית BCO.



הוכיחו:

א. $\triangle AGO \cong \triangle CHO$

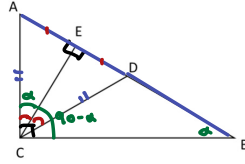
ב. המרובע AGCH הוא מעוין.

ג. חשבו את זוויות המעוין AGCH.

ד. נתון $OC = a$. סמנו את התשובה שמתאימה להיות שטח הריבוע ABCD וגמקו.

i. $4a^2$ ii. $2a^2$ iii. a^2 iv. $4\sqrt{2}a$

טענה	נימוק
$\angle AGO = 180^\circ - 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ$	סכום ז' ב $\triangle AGO$ שווה 180°
$\angle AGC = 2 \cdot 67.5^\circ = 135^\circ$	במעוין שלבסיסו חוצ' בווית
$\angle AGC = \angle AHC = 135^\circ$	זוית נשדית במעוין שזית ז' לז' במעוין שלבסיסו חוצ' בווית
$\angle A_2 = \angle HAO = 22.5^\circ$	
$\angle GAH = 22.5^\circ \cdot 2 = 45^\circ$	
$\angle GAH = \angle GCH = 45^\circ$ נ"ש	זוית נשדית במעוין שזית ז' לז' ז'לעל ההרופף שזית משפס פ'גסורס ב $\triangle ABC$
$AB = BC$	חישב {
$AB^2 + BC^2 = AC^2$	
$2AB^2 = (2a)^2$	
$2AB^2 = 4a^2$	
$AB^2 = 2a^2$	
$AB = \sqrt{2}a = BC$	
$S_{ABCD} = AB \cdot BC = (\sqrt{2}a)^2 = 2a^2$	
נ"ש (ii) $2a^2$	



6. נתון:

$\triangle ABC$ משולש ישר זווית, $\angle C = 90^\circ$

CD תיכון ליתר AB

CE גובה ליתר AB

$AC = CD$

א. הסבירו מדוע משולש הוא משולש ACD שווה צלעות.

ב. הוכיחו: $AB = 4 \cdot AE$

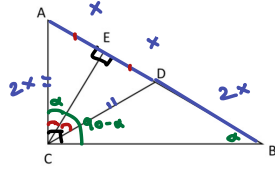
ג. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle CBE$

ד. נתון כי שטח משולש ACE הוא 3 סמ"ר.

חשבו את שטח משולש ABC.

6.

נתון	טענה
המשולש ישר זווית, התיכון ליתר שווה לצלעות. נתון הצבה שוויון משולש שבו כל הצלעות שוות. נתון המשולש שווה שתי זוויות, הסיבה היא גם תיכון וחוצה זווית. הצבה $AE = x$ נמצא סכים בזוג ב $\triangle CBE$ שווה צלע חילוקים	$CD = AD = BD$ $AC = CD$ ↓ $AD = CD = AD$ ↓ נ"ל (י) שווה צלעות $\triangle ACD$ הצבה CE $\angle ACE = \angle ECD$ $AE = ED \xrightarrow{\text{נמצא } x}$ ↓ $AD = 2x = BD$ $AB = 2AD = 4x$ נ"ל (ב) $AB = 4AE$ $\angle B = \alpha$ $\angle ECB = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 90^\circ - \alpha$ $\angle ACE = \angle C - \angle ECB = 90^\circ - (90^\circ - \alpha)$ $\angle ACE = 90^\circ - 90^\circ + \alpha$ $\angle ACE = \alpha$



6. נתון:

$\triangle ABC$ משולש ישר זווית, $\angle C = 90^\circ$

CD תיכון ליתר AB

CE גובה ליתר AB

$AC = CD$

א. הסבירו מדוע משולש הוא משולש ACD שווה צלעות.

ב. הוכיחו: $AB = 4 \cdot AE$

ג. הוכיחו: $\triangle ACE \sim \triangle CBE$

ד. נתון כי שטח משולש ACE הוא 3 סמ"ר.

חשבו את שטח משולש ABC.

נתון	טענה
נתון + הישג שטח משולש 3.3 יחס בצמ"ן הצבה חישוב המשוואות בצמ"ן, יחס הישגים הקו"ף בהיבט שונה ליחס הישגים חישוב	$\angle B = \angle ACE = \alpha$ $\angle AEC = \angle BEC = 90^\circ$ ↓ מש"ל ⑤ $\triangle ACE \sim \triangle CBE$ $\frac{AC}{CB} = \frac{CE}{BE} = \frac{AE}{CE}$ $\frac{2x}{3x} = \frac{CE}{3x} = \frac{x}{CE}$ $CE \cdot CE = 3x \cdot x$ $CE^2 = 3x^2 / \sqrt{\quad}$ $CE = \sqrt{3}x$ ח' הצמ"ן הקו"ף $= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{AE}{CE}$ $\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle CBE}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \rightarrow \frac{3}{S_{\triangle CBE}} = \frac{1}{3}$ 1. $S_{\triangle CBE} = 3 \cdot 3 = 9 \rightarrow S_{\triangle CBE} = 9_{\text{סמ"ר}}$ $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CBE} + S_{\triangle AEC} = 9 + 3$ מש"ל ③ $S_{\triangle ABC} = 12$ סמ"ר